

КОМПЬЮТЕРНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ ЗАДАЧ РАССЕЯНИЯ

Введение

Совершенствование средств охраны окружающей среды, космической разведки земных ресурсов, а также прогресс в области микро и нано технологий требуют развития методов математического моделирования при решении как прямых, так и обратных задач рассеяния электромагнитных излучений. Эффективность решения обратной задачи существенно повышается при наличии быстродействующих алгоритмов анализа прямых задач. Одним из математических методов, позволяющих строить эффективные численные модели анализа рассеивающих свойств локальных структур, является метод дискретных источников (МДИ) [1-2]. Теоретические основы МДИ были заложены около 35 лет назад советским математиком В.Д. Купрадзе [3]. Как известно, граничные задачи теории дифракции монохроматических электромагнитных волн формулируются в виде системы уравнений Максвелла с условиями на бесконечности и граничными условиями на поверхностях разрыва материальных характеристик окружающей среды. Суть МДИ заключается в представлении приближенного решения граничной задачи дифракции в виде конечной линейной комбинации полей элементарных источников – диполей и мультиполей, удовлетворяющей всюду системе Максвелла и условиям на бесконечности. Неизвестные амплитуды дискретных источников (ДИ) определяются из граничных условий на поверхности препятствия. Таким образом, решение граничной задачи дифракции, сводится к задаче аппроксимации полей на поверхности локального рассеивателя полями ДИ. Полнота и замкнутость системы полей ДИ обеспечивает сходимость приближенного решения к точному решению граничной задачи всюду вне рассеивателя.

В настоящей работе мы рассмотрим последние достижения МДИ применительно к анализу рассеивателей с экстремальным соотношением размеров, высоким индексом рефракции, а также применительно к анализу больших частиц на подложке.

1. Математическая модель проникаемого рассеивателя.

В целом ряде задач дистанционного зондирования требуется проводить анализ рассеивающих свойств частиц с экстремальным соотношением продольных и поперечных размеров, а также рассеивателей с высоким индексом рефракции [4]. Вместе с тем, большинство подходов, исполь-

зуемых для анализа подобного класса задач рассеяния, не позволяют исследовать подобные рассеиватели. Речь идет, прежде всего, о методах Т-матриц и методе нулевого поля, которые являются наиболее распространенными при исследовании рассеяния атмосферными частицами [4-5]. Вместе с тем, и другие подходы такие, как метод граничных и объемных интегральных уравнений, испытывают существенные трудности при рассмотрении рассеивателей с высоким индексом рефракции [6]. В настоящем разделе мы рассмотрим особенности применения МДИ к анализу подобных рассеивателей.

Будем строить математическую модель задачи дифракции поляризованной плоской волны $\{\mathbf{E}^0, \mathbf{H}^0\}$ на проницаемом препятствии на основе МДИ. Будем полагать, что область, занятая рассеивателем D_i (с характеристиками ε_i, μ_i) обладает гладкой границей $\partial D \in C^{(1,\alpha)}$. Тогда, математическая формулировка граничной задачи рассеяния принимает следующий вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_\zeta = ik\varepsilon_\zeta \mathbf{E}_\zeta; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}_\zeta = -ik\mu_\zeta \mathbf{H}_\zeta, \quad M \in D_\zeta, \quad \zeta = i, 0 \quad (1.1a)$$

$$\mathbf{n}_p \times \begin{Bmatrix} \mathbf{E}_i(P) - \mathbf{E}_0(P) \\ \mathbf{H}_i(P) - \mathbf{H}_0(P) \end{Bmatrix} = -\mathbf{n}_p \times \begin{Bmatrix} \mathbf{E}^0(P) \\ \mathbf{H}^0(P) \end{Bmatrix}, \quad P \in \partial D \quad (1.1b)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\sqrt{\varepsilon_0} \mathbf{E}_0 \times \frac{\mathbf{r}}{r} - \sqrt{\mu_0} \mathbf{H}_0) = 0, \quad r = |M| \quad (1.1b)$$

здесь $\{\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0\}$ – рассеянное поле в $D_0 := \mathbb{R}^3 / \bar{D}_i$, $\{\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i\}$ – полное поле в D_i , а параметры среды в D_i удовлетворяют условиям $\operatorname{Im} \varepsilon_i, \mu_i \leq 0$ (предполагается, что зависимость полей от времени t выбрана в виде $\exp\{i\omega t\}$). Тогда граничная задача дифракции (1.1) имеет единственное решение.

Будем полагать, что рассеиватель представляет собой тело вращения и построим приближенное решение задачи (1.1) на основе МДИ [7]. Выберем счетное множество точек $\{z_n\}_{n=1}^\infty \in D_i$, расположенных на оси вращения или в прилежащей к оси комплексной плоскости и имеющее точку сгущения внутри рассеивателя. Суть МДИ состоит в представлении поля в виде конечной линейной комбинации полей диполей и мультиполей, поля которых удовлетворяют системе уравнений Максвелла в областях $D_{0,i}$, условиям излучения на бесконечности. Следуя концепции МДИ, разработанной для тел вращения [7], будем строить представление для решения таким образом, чтобы учесть не только осевую симметрию рассеивателя, но и поляризацию внешнего возбуждения.

Сначала рассмотрим Р поляризацию плоской волны (вектор электрического поля лежит в плоскости падения), распространяющейся под

углом $\pi - \theta_0$ к оси вращения OZ , тогда поле плоской волны принимает вид

$$\mathbf{E}^0(M) = (\mathbf{e}_x \cos \theta_0 + \mathbf{e}_z \sin \theta_0) g(M), \quad (1.2)$$

$$\mathbf{H}^0(M) = -\mathbf{e}_y \cos \theta_0 g(M); \quad g(M) = \exp\{-ik_0(x \sin \theta_0 - z \cos \theta_0)\}.$$

Для построения представления для рассеянного поля введем следующие потенциалы электрических и магнитных мультиполей, локализованных в точках множества $\{z_n\}_{n=1}^{\infty}$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{mn}^{e,0} &= \{Y_m^0(\eta, z_n) \cos(m+1)\phi; -Y_m^0(\eta, z_n) \sin(m+1)\phi; 0\}, \\ \mathbf{A}_{mn}^{h,0} &= \{Y_m^0(\eta, z_n) \sin(m+1)\phi; Y_m^0(\eta, z_n) \cos(m+1)\phi; 0\}, \\ \mathbf{A}_{0n,0}^{e,h} &= \{0; 0; Y_0^0(\eta, z_n)\}, \quad \eta = (\rho, z), \end{aligned} \quad (1.3)$$

здесь $Y_m^0(\eta, z_n) = h_m^{(2)}(k_0 R_{\eta z_n}) (\rho / R_{\eta z_n})^m$, $h_m^{(2)}(\cdot)$ – сферическая функция Ханкеля, (ρ, z) – цилиндрические координаты, а $R_{\eta z_n}^2 = \rho^2 + (z - z_n)^2$. Отметим важное обстоятельство, которое заключается в том, что в силу локализации множества $\{z_n\}_{n=1}^{\infty}$ на оси симметрии, вся зависимость от азимутальной переменной содержится только в сомножителях – тригонометрических функциях.

Приближенное решение для полного поля внутри рассеивателя строится на основе регулярных функций, не имеющих особенностей в точках $\{z_n\}$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{mn}^{e,i} &= \{J_m^i(\eta, z_n) \cos(m+1)\phi; -J_m^i(\eta, z_n) \sin(m+1)\phi; 0\} \\ \mathbf{A}_{mn}^{h,i} &= \{J_m^i(\eta, z_n) \sin(m+1)\phi; J_m^i(\eta, z_n) \cos(m+1)\phi; 0\}, \\ \mathbf{A}_{0n,i}^{e,h} &= \{0; 0; J_0^i(\eta, z_n)\}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где $J_m^i(\eta, z_n) = j_m(k_i R_{\eta z_n}) (\rho / R_{\eta z_n})^m$, а $j_m(\cdot)$ – сферические функции Бесселя.

Введем в рассмотрение дифференциальные формы, которые мы будем использовать при построении приближенного решения

$$\tilde{\mathbf{R}}_1^\zeta = \begin{pmatrix} i/k\varepsilon_\zeta \mu_\zeta \text{ rot rot} \\ -1/\mu_\zeta \text{ rot} \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{R}}_2^\zeta = \begin{pmatrix} 1/\varepsilon_\zeta \text{ rot} \\ i/k\varepsilon_\zeta \mu_\zeta \text{ rot rot} \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

В соответствии с введенными обозначениями (1.5) будем строить

представление для приближенного решения граничной задачи (1.1) для Р поляризованного поля в следующем виде

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_\zeta^N \\ \mathbf{H}_\zeta^N \end{pmatrix} = \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N_\zeta} \{ p_{mn}^\zeta \tilde{\mathbf{R}}_1^\zeta \mathbf{A}_{mn}^{e,\zeta} + q_{mn}^\zeta \tilde{\mathbf{R}}_2^\zeta \mathbf{A}_{mn}^{h,\zeta} \} + \sum_{n=1}^{N_\zeta} r_n^\zeta \tilde{\mathbf{R}}_1^\zeta \mathbf{A}_{0n,\zeta}^e; \quad \zeta = 0, i. \quad (1.6)$$

Отметим, что последнее слагаемое в (1.6) соответствует вертикальным электрическим диполям.

В случае S поляризации (вектор электрического поля перпендикулярен плоскости падения) поле возбуждающей плоской волны может быть записано как

$$\mathbf{E}^0(M) = \mathbf{e}_y \cos \theta_0 g(M)$$

$$\mathbf{H}^0(M) = (\mathbf{e}_x \cos \theta_0 + \mathbf{e}_z \sin \theta_0) g(M). \quad (1.7)$$

В этом случае, для представления рассеянного поля используются отличные от предыдущего потенциалы вида

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{mn}^{e,0} &= \{ Y_m^0(\eta, z_n) \sin(m+1)\phi; \quad Y_m^0(\eta, z_n) \cos(m+1)\phi; \quad 0 \}, \\ \mathbf{A}_{mn}^{h,0} &= \{ Y_m^0(\eta, z_n) \cos(m+1)\phi; \quad -Y_m^0(\eta, z_n) \sin(m+1)\phi; \quad 0 \} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Аналогично строятся потенциалы для представления поля внутри рассеивателя, а приближенное решение принимает следующий вид

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_\zeta^N \\ \mathbf{H}_\zeta^N \end{pmatrix} = \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N_\zeta} \{ p_{mn}^\zeta \tilde{\mathbf{R}}_1^\zeta \mathbf{A}_{mn}^{e,\zeta} + q_{mn}^\zeta \tilde{\mathbf{R}}_2^\zeta \mathbf{A}_{mn}^{h,\zeta} \} + \sum_{n=1}^{N_\zeta} r_n^\zeta \tilde{\mathbf{R}}_2^\zeta \mathbf{A}_{0n,\zeta}^h; \quad \zeta = 0, i \quad (1.9)$$

Последнее слагаемое в (1.9) соответствует вертикальным магнитным диполям.

Итак, приближенное решение исходной граничной задачи дифракции для рассеянного поля в D_0 - (1.6) и полного в D_i - (1.9), которое дополнительно учитывает поляризацию возбуждающей плоской волны, обладает следующими свойствами:

1. удовлетворяет системе уравнений Максвелла в областях D_ζ , $\zeta = 0, i$;
2. удовлетворяет условиям излучения на бесконечности.

Таким образом, для однозначного определения приближенного решения необходимо вычислить неизвестные амплитуды ДИ $\{p_{mn}^\zeta, q_{mn}^\zeta, r_n^\zeta\}$, $\zeta = 0, i$. Амплитуды ДИ определяются численно, приближенно удовлетворяя условиям сопряжения (1.16) на поверхности локального рассеивателя. Имеет место следующий результат, который является следствием полноты и замкнутости системы мультиполей [7]:

Теорема 1. Пусть $\{\mathbf{E}^0, \mathbf{H}^0\}$: P/S поляризованное поле внешнего возбуждения, тогда для любого $\delta > 0$ существует $M, N_{0,i}$ и такие коэффициенты $\{p_{mn}^\zeta, q_{mn}^\zeta, r_n^\zeta\}$, что

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{n}_p, \mathbf{E}_i^N - \mathbf{E}_0^N - \mathbf{E}^0 \\ \mathbf{H}_i^N - \mathbf{H}_0^N - \mathbf{H}^0 \end{bmatrix} \right\|_{L_2(\partial D)} < \delta, \quad (1.10)$$

где $\{\mathbf{E}_\zeta^N, \mathbf{H}_\zeta^N\}$: (1.6), (1.9), а векторные потенциалы: (1.3), (1.8).

Замечание. Как уже отмечалось выше, приближенное решение (1.6), (1.9) удовлетворяет всем условиям граничной задачи рассеяния (1.1), кроме условий сопряжения для полей на поверхности локального рассеивателя, при этом амплитуды ДИ определяются из минимума функционала, стоящего в левой части (1.10). Это обстоятельство существенно используется для проведения апостериорной оценки погрешности полученного решения посредством вычисления невязки граничных значений на ∂D .

2. Вычислительный алгоритм.

Рассмотрим схему вычислительного алгоритма, реализующего описанный выше вариант МДИ. Как уже отмечалось ранее, определение неизвестных амплитуд ДИ проводится из условий сопряжения на поверхности рассеивателя ∂D . Алгоритм определения амплитуд оказывается удобным разбить на несколько этапов. Поскольку источники локализованы на оси симметрии или в соответствующей части комплексной плоскости [7], то приближенное решение (1.6), (1.9) представляет собой конечную линейную комбинацию гармоник Фурье по азимутальной переменной ϕ . Поэтому, на первом этапе мы разлагаем касательные компоненты электрического и магнитного полей возбуждающей плоской волны (1.2), (1.7) в ряд Фурье по ϕ .

Так как представление для полей $\{\mathbf{E}_\zeta^N, \mathbf{H}_\zeta^N\}$ (1.6), (1.9) имеют вид конечной линейной комбинации Фурье гармоник, то определение амплитуд ДИ сводится к определению вектора амплитуд по гармоникам (т.е. при фиксированном значении номера азимутальной гармоники m). В результате чего поверхностная аппроксимация сводится к аппроксимации Фурье гармоник полей на образующей $\Im$ частицы. Для решения последней задачи используется обобщенный метод коллокаций. Сшивая азимутальные гармоники на множестве точек коллокаций $\{\chi_\ell\}_{\ell=1}^L \subset \Im$ на образующей поверхности частицы и вычисляя нормальное псевдо решение полученной переопределенной ($4L > 2(N_0 + N_i)$) системы линейных урав-

нений, мы определяем неизвестные амплитуды $\{P_{mn}^\zeta, q_{mn}^\zeta, r_n^\zeta\}$, $\zeta = 0, i$.

Несмотря на различие в представлениях для приближенного решения (1.6) и (1.9), зависящего от поляризации внешнего возбуждения, удается построить вычислительный алгоритм таким образом, что при вычисления амплитуд ДИ для каждой азимутальной гармоники как для Р, так и для S поляризации оказывается достаточным использовать псевдо обращение одной и той же матрицы [8]. Линейные системы же для независимой от ϕ гармоники, соответствующих вертикальным диполям (они оказываются в два раза меньшей размерности), приходится формировать и решать независимо для Р и S поляризаций.

Необходимо отметить существенный момент, не смотря на то, что теория позволяет выбирать различное число ДИ в представлении для внешнего и внутреннего поля, эта возможность никогда не была реализована, вплоть до последнего момента. Вместе с тем, выяснилось, что подобная модификация оказывается крайне полезной при анализе рассеивателей с большим индексом рефракции. В этом случае число источников для представления поля вне и внутри рассеивателя выбирается пропорционально индексу рефракции. Следующий момент, который позволил анализировать частицы с экстремальным соотношением размеров, это переход от множества ДИ $\{z_n\}_{n=1}^{N_\zeta}$ к множеству $\{z_n^m\}_{n=1}^{N_\zeta^m}$. То есть к случаю, когда и число мультиполей и их расположение меняется в зависимости от номера Фурье гармоники m . Причем, это число уменьшается при увеличении номера гармоники. Подобные новации позволили существенно расширить область применимости метода дискретных источников. Одной из наиболее важных характеристик рассеяния является диаграмма направленности рассеянного поля в дальней зоне $F(\theta_0, \theta, \phi)$, которая определяется как

$$E_0(M)/|E^0(M)| = \frac{\exp\{-ik_0 r\}}{r} F(\theta_0, \theta, \phi) + o(r^{-1}), \quad r \rightarrow \infty$$

Как известно, диаграмма имеет две отличные от нуля компоненты на единичной сфере θ, ϕ . В качестве основной исследуемой характеристики рассеяния будем рассматривать интенсивность рассеяния:

$$I^{P,S}(\theta_0, \theta, \phi) = |F_\theta^{P,S}(\theta_0, \theta, \phi)|^2 + |F_\phi^{P,S}(\theta_0, \theta, \phi)|^2$$

где $F_{\theta, \phi}^{P,S}(\theta_0, \theta, \phi)$ – компоненты диаграммы, соответствующие Р, S поляризованному излучению. Размерность интенсивности мкм^2 . Будем полагать, что длина волны внешнего возбуждения $\lambda = 0.488 \text{ мкм}$, и все характеристики материалов соответствуют этой длине волны. В качестве рассеивателя будем рассматривать конечный круговой цилиндр с соотношением про-

дольной и поперечной полуосей $\tau=b/a$. Будем рассматривать зависимость интенсивности рассеяния от угла наблюдения θ в плоскости падения плоской волны. В качестве материалов выбраны *PSL* (индекс рефракции $n=1.58$), *SiN* ($n=2.0$) и *Si* ($n=4.37-0.08i$).

На рисунке 1 приведены результаты, соответствующие *PSL* цилиндру с различным соотношением осей τ . Угол падения плоской волны $\theta_0=-60^\circ$. Видно, как при увеличении вытянутости цилиндра увеличивается число осцилляций и возрастает максимум рассеяния как в направлении вперед, так и в направлении зеркально отраженного луча от плоскости *XY*. Отметим, что даже для такого весьма продвинутого метода, каким является метод нулевого поля [5], значение $\tau=20$ является предельно допустимым. После этого значения численная схема метода нулевого поля разваливается, не давая каких либо осмысленных результатов. На рисунках 2-3 приведены результаты моделирования для *SiN* и *Si* цилиндров соответственно, для значений вытянутости $\tau=10, 20, 30$. Оказалось, что модифицированная схема МДИ позволяет получать устойчивые результаты для соотношения осей, включая $\tau=50$. Сравнительные результаты, соответствующие различным материалам приведены на рисунке 4.

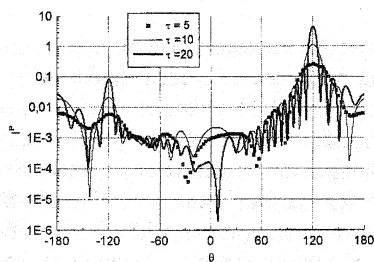


Рис.1

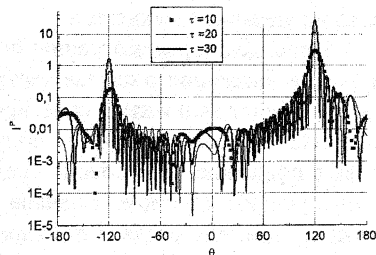


Рис.2

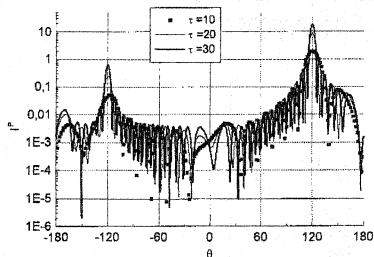


Рис.3

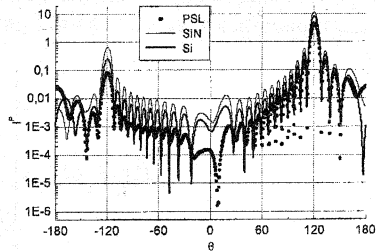


Рис.4

3. Математическая модель частицы на подложке.

Обеспечение чистоты силиконовых вейферов имеет первостепенное значение для процесса миниатюризации интегральных схем. Определение дефектов вейферов осуществляется оптическими поверхностными сканерами. Совершенствование схем подобных сканеров происходит непрерывно, в связи с новыми потребностями силиконовой промышленности. Кроме промышленных сканеров, в последнее время получили также распространение исследовательские сканеры. Основное отличие исследовательских сканеров от промышленных состоит в том, что они более медленные, но позволяют анализировать характеристики рассеяния более детально и с существенно большей точностью. В частности подобные сканеры позволяют обнаруживать более мелкие частицы на подложке и измерять несколько порядков интенсивности. Последнее обстоятельство оказывается весьма существенным для конкурентоспособности подобных систем. Для подобных измерений используются сферические частицы полистирола латекса (PSL), причем необходимо, чтобы эти частицы были большого диаметра (четыре и более длин волн). Моделирование подобных ситуаций и представляет собой настоящую проблему. Причем, чтобы иметь возможность сопоставлять с экспериментом несколько порядков рассеянной интенсивности, необходимо обеспечить высокую точность численных результатов.

Перейдем к рассмотрению особенностей математической постановки задачи рассеяния в случае частицы на подложке. Математическая постановка будет включать в себя, кроме условий (1.1), условия сопряжения для полей на границе раздела полупространств и условие затухания для полей в подложке. Построение представления для решения осуществляется следующим образом. Сначала решается задача дифракции плоской волны на границе раздела полупространств воздух-подложка. Таким образом, строится внешнее возбуждение, удовлетворяющее условиям сопряжения на границе раздела полупространств. Затем, представление для рассеянного поля строится, таким образом, что оно также удовлетворяет условиям сопряжения для полей на границе раздела. Для этого в основу представления кладется тензор Грина полупространства

$$\tilde{\mathbf{G}}(M, M_0) = \begin{bmatrix} G^{e,h} & 0 & 0 \\ 0 & G^{e,h} & 0 \\ \frac{\partial G^{e,h}}{\partial x_M} & \frac{\partial G^{e,h}}{\partial y_M} & G^{h,e} \end{bmatrix}$$

Как и в случае частицы в свободном пространстве будем строить представление для приближенного решения с учетом осевой симметрии рассеивателя и поляризации внешнего возбуждения. Тогда для построения приближенного решения для рассеянного поля, соответствующего Р поляризованному внешнему возбуждению будем использовать следующие потенциалы

$$\mathbf{A}_{mn}^{e,0} = \{G_m^e(\eta, z_n) \cos(m+1)\phi; -G_m^e(\eta, z_n) \sin(m+1)\phi; -g_{m+1}(\eta, z_n) \cos(m+1)\phi\}$$

$$\mathbf{A}_{mn}^{h,0} = \{G_m^h(\eta, z_n) \sin(m+1)\phi; G_m^h(\eta, z_n) \cos(m+1)\phi; -g_{m+1}(\eta, z_n) \sin(m+1)\phi\},$$

где $G_m^{e,h}, g_m$ – Фурье гармоники соответствующих компонент тензора Грина, которые имеют вид

$$\begin{aligned} G_m^{e,h}(\eta, z_n) &= \frac{k_0}{i} Y_m^0(\eta, z_n) + \int_0^\infty J_m(\lambda \rho) v_{11}^{e,h}(z, z_n, \lambda) \lambda^{1+m} d\lambda, \\ g_m(\eta, z_n) &= \int_0^\infty J_m(\lambda \rho) v_{31}(z, z_n, \lambda) \lambda^{1+m} d\lambda \end{aligned} \quad (3.1)$$

здесь $J_m(\cdot)$ – цилиндрическая функция Бесселя, а $v_{11}^{e,h}(z, z_n, \lambda)$, $v_{31}(z, z_n, \lambda)$ – спектральные функции, обеспечивающие выполнение условий сопряжения для полей на границе раздела воздух-подложка [9].

Представление для приближенного решения имеет вид (1.6), где потенциалы для внутреннего поля совпадают с (1.4). Совершенно аналогично строится представление для решения, соответствующего S поляризации [7].

Вычислительный алгоритм остается в точности тем же самым, что и в описанном выше случае. Кроме того, в случае анализа “большого” рассеивателя вместо того, чтобы вычислять интегралы Вейля-Зоммерфельда (3.1), для них используется приближение Френеля [7]. Вопросы определения соотношения между числом гармоник, в которых участвуют интегралы и числом гармоник, для которых используется приближения Френеля, решается посредством контроля точности полученного приближения, на основе вычисления поверхностной невязки.

Перейдем к анализу численных результатов для частиц на подложке. Будем полагать, что подложка силиконовая, длина волны $\lambda=0.488\text{мкм}$, а частицы сферической формы диаметром 2.5мкм . В этом случае соотношение диаметра к длине волны превышает значение 5. Приведены результаты, соответствующие интенсивности рассеяния в плоскости падения для различных углов падения плоской волны и разных материалов частицы. Рисунок 5 соответствует PSL сфере ($\theta_0=-65^\circ$ означает, что волна падает из полуплоскости $\phi=180^\circ$). Рисунки 6-7 соответствуют сферам из SiN и

Si. Отметим, что силикон обладает наиболее высоким индексом рефракции из всех естественных материалов. На рисунке 8 приведены сравнительные результаты для различных материалов, $\theta_0 = -65^\circ$. Во всех случаях невязка не превышала 1%, а результат был устойчив при увеличении числа точек коллокаций, гармоник Фурье и числа ДИ. Отметим, что предшествующий алгоритм МДИ позволял получать устойчивые результаты для частиц, диаметр которых не превышал 1 мкм.

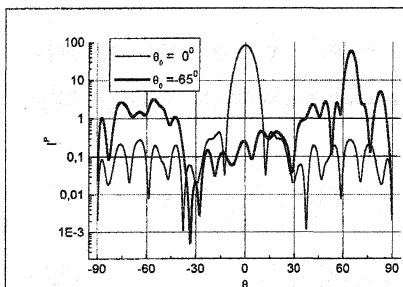


Рис.5

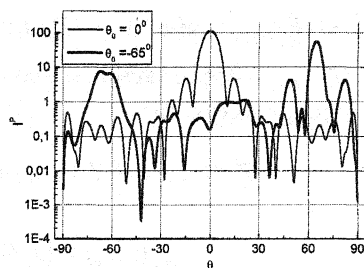


Рис.6

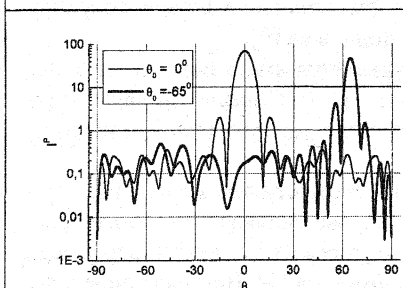


Рис.7

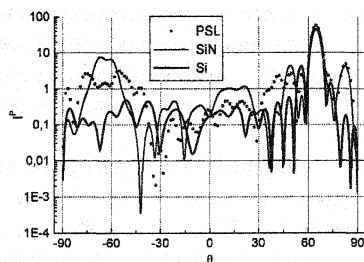


Рис.8

4. Заключение.

Представлена модификация алгоритма МДИ, позволяющая проводить анализ частиц с высоким индексом рефракции, экстремальным соотношением размеров, а частиц большого диаметра на поверхности подложки. Возможности алгоритма иллюстрируются численными результатами.

Литература

1. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. Метод дискретных источников в задачах электромагнитной дифракции. М.: Изд-во МГУ, 1992.
2. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. Компьютерная технология анализа задач рассеяния методом дискретных источников//Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2000. Т. 40, №12. С.1842-1856.
3. Купрадзе В.Д. О приближенном решении задач математической физики//Успехи матем. наук. 1967. Т.22, вып.2. С.58-109.
4. Mishchenko M., Travis L., Hovenier J. Light Scattering by Non-spherical Particles. Academic Press, NY, 2000.
5. Doicu A. Null-Field Method with Discrete Sources//Generalizes Multipole Techn. Electromagnetic and Light Scattering. Amsterdam: Elsevier Sci. 1999. pp.229-254.
6. Eremin Yu.A. and Ivakhnenko V.I. Modeling of Light Scattering by Non-Spherical Inhomogeneous Particle//J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1998, Vol.60, No.3. pp. 475-482.
7. Eremin Yu.A., Orlov N.V., and Svешnikov A.G. Models of electromagnetic scattering problems based on discrete sources methods//Generalizes Multipole Techn. Electromagnetic and Light Scattering. Amsterdam: Elsevier Sci. 1999. p.39-79.
8. Еремин Ю.А., Орлов Н.В., Свешников А.Г. Анализ математической модели загрязнений силиконовых вафель на основе метода дискретных источников//Математическое моделирование. 1996. Т.8, №10. С.113-127.
9. Дмитриев В.И. Поля в слоистых средах. М.: Изд-во МГУ, 1963.