Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

**УТВЕРЖДАЮ**

декан факультета вычислительной математики и кибернетики

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/И.А. Соколов /**

**«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины:**

**Модели вычислений**

**Уровень высшего образования:**

**бакалавриат**

**Направление подготовки / специальность:**

**01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (3++)**

**Направленность (профиль):**

**Математические методы обработки информации и принятия решений**

**Форма обучения:**

**очная**

**Москва 2023**

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02, 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" программы бакалавриата Утвержден приказом МГУ от 30 августа 2019 года № 1041 (в редакции приказов МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109, от 10 июня 2021 года № 609, от 7 октября 2021 года № 1048, от 21 декабря 2021 года № 1404, от 2 ноября 2022 года № 1299)

**1.** Дисциплина относится к вариативной части ОПОП ВО.

**2.** Входные требования для освоения дисциплины (модуля): учащиеся должны владеть знаниями по дискретной математике в объеме, соответствующем программе первого года обучения основных образовательных программ бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

**3.** Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников*.*

Компетенции выпускников, частично формируемые при реализации дисциплины (модуля):

* **ОПК-2.Б** Способность применять и модифицировать математические модели, а также интерпретировать полученные математические результаты при решения задач в области профессиональной деятельности

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

**Знать:**

1. устройство и вычислительные возможности наиболее распространенных моделей последовательных и параллельных вычислений, используемых для решения прикладных задач информатики и программирования;
2. область применения моделей вычислений, их взаимосвязь с базовыми структурами дискретной математики, алгебры, математической логики;
3. принципиальные ограничения использования моделей вычислений для решения прикладных задач, а также принципиальные трудности разработки математических методов построения моделей вычислений и анализа их поведения;
4. основные математические результаты и достижения в области дисциплины.

**Уметь:**

1. использовать математические методы построения моделей вычислений и анализа их поведения для решения прикладных задач программирования и информатики;
2. находить, анализировать и отбирать необходимую научно-техническую информацию, относящуюся к области знаний дисциплины;
3. решать ключевые математические задачи, относящиеся к дисциплине;
4. самостоятельно осваивать программно-инструментальные средства, использующие модели и методы, изученные в рамках данной дисциплины;

**Владеть:**

1. методами дискретной математики, алгебры, математической логики для решения теоретических и прикладных задач дисциплины

**4.** Формат обучения: лекции проводятся с использованием мультимедийных средств, семинарские занятия проводятся с использованием меловой доски.

**5.** Объем дисциплины (модуля) составляет 3 з.е., в том числе 52 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 56 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

**6.** Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),****Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего****(часы**) | В том числе |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)****Виды контактной работы, часы** | **Самостоятельная работа обучающегося,** **часы**  |
| Занятия лекционного типа\* | Занятия семинарского типа\* | **Всего** |  |
| 1. Конечные автоматы и регулярные выражения. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы. Теоремы о проверки эквивалентности, детерминизации и минимизации конечных автоматов. Регулярные выражения и их свойства. Теорема Клини. Замкнутость класса регулярных языков относительно теоретико-множественных и теоретико-языковых операций. Теорема о разрастании. Двусторонние конечные автоматы. Применение конечных автоматов для решения прикладных задач программирования и информатики. | **24** | 8 | 8 | **16** | **8** |
| 2. Рекурсивные множества и универсальные модели вычислений. Машины Тьюринга. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Универсаль-ные модели вычислений: ассоциативные вычисления, машины Минского, многоголовочные автоматы. Примеры алгоритмически неразрешимых задач. Основы теории нумераций. Теорема Райса | **20** | 6 | 6 | **12** | **8** |
| 3. Автоматы над бесконечными словами и темпоральные логики. Многоленточные автоматы. Конечные автоматы-преобразователи (трансдьюсеры). Рациональные отношения и их свойства. Автоматы над бесконечными словами (автоматы Бюхи, Рабина, Мюллера). -регулярные выражения и языки. Монадическая логика 2-го порядка S1S. Теорема Бюхи. Темпоральная логика линейного времени LTL. | **20** | 6 | 6 | **12** | **8** |
| 4. Формальные грамматики и автоматы с магазинной памятью. Формальные грамматики и иерархия языков Хомского. Контекстно-свободные грамматики и языки. Нормальные формы контекстно-свободных грамматик. Теорема о разрастании. Задачи синтаксического анализа и табличные методы синтаксического разбора. | **20** | 6 | 6 | **12** | **8** |
| Промежуточная аттестация: устный экзамен | **24** | 0 | 0 | **0** | **24** |
| **Итого** | **108** | **26** | **26** | **52** | **56** |

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Вопросы к экзамену.

1. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы. Автоматные языки. Свойства замкнутости класса автоматных языков относительно теоретико-множественных операций и алгебраических преобразований.
2. Алгоритмы проверки пустоты, включения и эквивалентности автоматных языков.
3. Алгоритм преобразование конечного автомата к детерминированному виду.
4. Алгоритмы минимизация детерминированных автоматов.
5. Лемма о разрастании для автоматных языков. Примеры языков, не являющихся автоматными.
6. Регулярные выражения и их алгебраические свойства.
7. Уравнения в регулярных выражениях. Алгебра регулярных выражений.
8. Алгоритмы построения регулярного выражения для автоматного языка.
9. Алгоритм построения конечного автомата для заданного регулярного выражения. Теорема Клини.
10. Двусторонние конечные автоматы. Теорема о преобразовании двустороннего конечного автомата к одностороннему автомату.
11. Многоленточные автоматы.
12. Конечные автоматы-преобразователи (трансдьюсеры).
13. Рациональные отношения. Замкнутость класса рациональных отношений для теоретико-множественных операций.
14. Применение конечных автоматов для построения поисковых алгоритмов.
15. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Свойства замкнутости рекурсивных и рекурсивно перечислимых множеств.
16. Ассоциативные вычисления. Моделирование машин Тьюринга ассоциативными вычислениями.
17. Машины Минского. Моделирование машин Тьюринга машинами Минского.
18. Многоголовочные автоматы. Моделирование машин Тьюринга многоголовочными автоматами.
19. Примеры алгоритмически неразрешимых задач алгебры и комбинаторики.
20. Автоматы над бесконечными словами (автоматы Бюхи, Рабина, Мюллера).
21. -регулярные языки и свойства их замкнутости.
22. Монадическая логика 2-го порядка S1S. Теорема о характеризации S1S автоматами Бюхи.
23. Детерминизация автоматов над бесконечными словами. Метод Сафры.
24. Темпоральная логика PLTL: синтаксис, семантика и применение для спецификации вычислений.
25. Характеризация PLTL автоматами Бюхи.
26. Автоматы с магазинной памятью и их свойства замкнутости языков, распознаваемых этими автоматами.
27. Алгоритмическая неразрешимость задач анализа поведения автоматов с магазинной памятью.
28. Формальные грамматики и иерархия языков Хомского.
29. Контекстно-свободные грамматики и языки. Свойства замкнутости класса контекстно-свободных языков относительно алгебраических и теоретико-множественных операций.
30. Нормальные формы Хомского и Грейбах контекстно-свободных грамматик. Теоремы о приведении контекстно-свободных грамматик к нормальным формам.
31. Лемма о разрастании для контекстно-свободных языков. Примеры формальных языков, не являющихся контекстно-свободными.
32. Характеризация контекстно-свободных языков автоматами с магазинной памятью.
33. Алгоритмические проблемы анализа контекстно-свободных грамматик и их разрешимость.
34. Табличные методы синтаксического разбора. Алгоритм Кока-Янгера-Касами.
35. Детерминированные автоматы с магазинной памятью и LL(1) грамматики.

Типовые задачи для экзамена.

**Раздел 1.**

1. Вычисление операций над словами и языками.
2. Построение конечных автоматов для заданных языков.
3. Преобразование недетерминированных автоматов к детерминированным.
4. Минимизация детерминированных автоматов.
5. Распознавание автоматности языков, полученных при помощи теоретико-множественных и алгебраических операций над автоматными языками.
6. Доказательство неавтоматности языков.
7. Применение тождеств алгебры регулярных выражений.
8. Решение систем линейных уравнений над регулярными выражениями.
9. Построение регулярных выражений для автоматных языков.
10. Построение автоматов, соответствующих регулярным выражениям.

**Раздел 2.**

1. Распознавание рекурсивности и рекурсивной перечислимости языков.
2. Доказательство нерекурсивности языков.

**Раздел 3.**

1. Построение конечных -автоматов для заданных языков.
2. Построение конечных -автоматов для формул логики S1S.
3. Построение формул логики PLTL, описывающих свойства поведения информационных систем.
4. Проверка равносильности формул логики PLTL.
5. Построение автоматов Бюхи для формул логики PLTL.

**Раздел 4.**

1. Распознавание свойств языков, порожденных формальными грамматиками.
2. Приведение контекстно-свободных грамматик к нормальным формам.
3. Распознавание принадлежности языков классу контекстно-свободных языков.
4. Построение контекстно-свободных грамматик, соответствующих магазинным автоматам.
5. Построение магазинных автоматов, распознающих контекстно-свободные языки.

Экзаменационная контрольная работа состоит из 16 вопросов и задач, например

Задача 1. Построить минимальный детерминированный конечный автомат, который распознает язык , где

Задача 2. Проверить выполнимость равенства , где конечный автомат описан таблицей переходов, а регулярное выражение .

Задача 3. Сформулируйте и докажите теорему о разрастании для регулярных языков.

Задача 4.} Верно ли, что для любой пары регулярных языков язык также является регулярным? Ответ обосновать.

Задача 5. Применить алгоритм Кока-Касами-Янгера для проверки принадлежности слов и контекстно-свободному языку, порожденному следующей грамматикой:

Задача 6. Являются ли контекстно-свободными следующие языки

 ? Ответ обосновать.

Задача 7. Относительно каких из перечисленных операций замкнут класс контекстно-свободных языков: 1) объединение, 2) пересечение, 3) дополнение, 4) конкатенация, 5) обращения? Ответ коротко обосновать.

Задача 8. Существует ли алгоритм, который по произвольной заданной контестно-свободной грамматике проверяет, является ли язык бесконечным?

Задача 9. Является ли алгоритмически разрешимой следующая проблема: выяснить, является ли контекстно-свободным язык, порождаемый заданной неограниченной грамматикой? Ответ обосновать.

Задача 10.} Какие из перечисленных множеств являются а) рекурсивными, б) рекурсивно перечислимыми, в) рекурсивно неперечислимыми:

 МТ совершает меньшее число шагов при вычислении на пустой входной ленте, чем МТ ;

 существует такое входное слово, на котором МТ совершает менее шагов вычисления };

 МТ совершает менее шагов вычисления на любом входе };

 существует не менее входных слов, на которых МТ останавливается }.

Ответ обосновать.

Задача 11. Cформулировать и доказать теорему Райса.

Задача 12. Существует ли такая всюду определенная частично рекурсивная функция , которая обладает двумя свойствми:

для любого натурального функция всюду определена;

для любой всюду определенной частично рекурсивной функции существует такое натуральное число , для которого .

Ответ обосновать.

Задача 13. Написать формулу логики S1S, которая описывает множество всех двоичных -слов, в которых 0 может быть только в позициях с четными номерами?

Задача 14. Построить автомат Бюхи , который удовлетворяет условию для автоматов Бюхи и , заданных таблицами:

Задача 15. Сформулировать и доказать теорему об алгоритмическом решении проблемы эквивалентности для недетерминированных конечных автоматов-преобразователей.

Задача 16.} Докажите, что если отношение является рациональным, то рациональным также является отношение .

|  |
| --- |
| **ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)**  |
| ОценкаРО исоответствующие виды оценочных средств  | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Знания***Экзамен* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания | Общие, но не структурированные знания | Сформированные систематические знания |
| **Умения***Экзамен*  | Отсутствие умений | В целом успешное, но не систематическое умение | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера) | Успешное и систематическое умение |
| **Навыки (владения, опыт деятельности)***Экзамен*  | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

|  |
| --- |
| **Соответствие результатов обучения и компетенций, в развитии которых участвует дисциплина (модуль)** |
| Результаты обучения | Компетенция, с частичным формированием которой связано достижение результата обучения |
| **Знать:**1. устройство и вычислительные возможности наиболее распространенных моделей последовательных и параллельных вычислений, используемых для решения прикладных задач информатики и программирования;2. область применения моделей вычислений, их взаимосвязь с базовыми структурами дискретной математики, алгебры, математической логики;3. принципиальные ограничения использования моделей вычислений для решения прикладных задач, а также принципиальные трудности разработки математических методов построения моделей вычислений и анализа их поведения;4. основные математические результаты и достижения в области дисциплины.**Уметь:** 1. использовать математические методы построения моделей вычислений и анализа их поведения для решения прикладных задач программирования и информатики;2. находить, анализировать и отбирать необходимую научно-техническую информацию, относящуюся к области знаний дисциплины;3. решать ключевые математические задачи, относящиеся к дисциплине;4. самостоятельно осваивать программно-инструментальные средства, использующие модели и методы, изученные в рамках данной дисциплины;**Владеть:** 1. методами дискретной математики, алгебры, математической логики для решения теоретических и прикладных задач дисциплины
 | ОПК-2.Б |

8. Ресурсное обеспечение:

Основная литература:

1. Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т. 1: Синтаксический анализ. - М.: Мир, 1978. - 612 с.
2. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. - М.: Мир, 1983.
3. Пентус А.Е., Пентус М.Р. Математическая теория формальных языков. Серия "Основы информатики и математики" - М: Бином, 2006. - 247 с.
4. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. - М.: Мир, 1972.
5. Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. - М.: Вильямс, 2002. - 528 с.

Дополнительная литература:

1. Ахо А., Сети Р., Ульман Дж. Компиляторы: принципы, технологии и инструменты. - М.: Вильямс, 2001. - 768 с.
2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции. - М.: МЦНМО, 1999. - 176 с.
3. Льюис Ф., Розенкранц Д, Стирнз Р. Теоретические основы проектирования компиляторов. - М.: Мир, 1979.. - 656 с.
4. Матрос Д.Ш., Поднебесова Г.Б. Теория алгоритмов. - М.: Бином, 2008. - 200 с.

Материально-техническкое обеспечение: аудитория, снабженная мультимедийными средствами (компьютером, проектором и экраном), аудитория с партами и меловой доской.

9. Язык преподавания: русский.

10. Преподаватели: профессор факультета ВМК МГУ В.А. Захаров

11. Авторы программы: профессор факультета ВМК МГУ В.А. Захаров.