**Методические материалы**

**Бакалавриат 01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**ОПОП Математические и компьютерные методы решения задач естествознания**

**Алгебра и геометрия**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Контрольная работа № 1**

1. Может ли определитель матрицы

-го порядка () быть равен 69 и, если да, то при каком значении ?

1. Исследовать и найти общее решение системы

в зависимости от значения .

1. Найти первый столбец матрицы, обратной к матрице

-го порядка.

1. Известно, что векторы линейного пространства линейно независимы. Выяснить, при каких значениях линейно независимы векторы .
2. Пусть — квадратные матрицы одинакового порядка и . Доказать, что присоединённые матрицы удовлетворяют соотношению .
3. Доказать, что если ранг квадратной матрицы равен единице, то существует число такое что .

**Контрольная работа № 2**

1. Известно, что объём параллелепипеда, построенного на векторах равен 2. Найдите объём параллелепипеда, построенного на векторах и .
2. Найти все векторы , удовлетворяющие равенству , где .
3. В треугольнике известны его вершина и уравнения двух высот и . Составить уравнение стороны .
4. Составить уравнение биссекторной плоскости двугранного угла между плоскостями , в котором лежит точка .
5. Составить уравнение общего перпендикуляра к прямым
6. Центр окружности, описанной около правильного треугольника , расположен в точке . Найти координаты вершин и , если известно, что .
7. Плоский выпуклый четырёхугольник задан своими вершинами в пространстве: . Найти необходимые и достаточные условия того, что заданная точка является его внутренней точкой.

**Контрольная работа № 3**

1. Решить уравнение .
2. Найти геометрическое место точек, изображающих на комплексной плоскости числа , удовлетворяющие условию

.

1. Пользуясь методом Лагранжа, определить вид линии второго порядка .
2. Составить уравнения касательных к эллипсу , перпендикулярных прямой .
3. Найти смежные классы
   1. мультипликативной группы комплексных чисел, отличных от нуля, по подгруппе положительных действительных чисел;
   2. мультипликативной группы комплексных чисел, отличных от нуля, по подгруппе чисел, равных по модулю единице.

**Контрольная работа № 4**

1. Найти базисы суммы и пересечения подпространств и , где , , а .
2. Доказать, что множество образует линейное подпространство пространства . Найти два различных дополнительных подпространства к .
3. Построить какой-либо ортонормированный базис линейной оболочки матриц , , .
4. Найти ортогональную проекцию вектора на подпространство

.

1. Определить расстояние от многочлена до многообразия .
2. Доказать, что если две гиперплоскости не пересекаются, то они параллельны.

**Контрольная работа № 5**

1. Оператор действует в пространстве по правилу . Построить матрицу этого оператора в базисе и указать какие-либо базисы его ядра и образа .
2. Найти все собственные значения и собственные векторы матрицы

.

1. Показать, что матрица диагонализуема, и привести её к диагональной подходящим преобразованием подобия.
2. Найти жорданову форму следующей матрицы и построить соответствующий канонический базис:

.

1. Оператор задан матрицей в базисе пространства со стандартным скалярным произведением. Найти матрицу сопряжённого оператора в этом же базисе .
2. Найти квадратный корень из матрицы .
3. Известно, что операторы удовлетворяют условию: произведение является тождественным оператором в пространстве . Доказать, что если пространства и имеют разную размерность, то произведение не может быть тождественным оператором в пространстве .

**Контрольная работа № 6**

1. Линейный оператор задан в некотором ортонормированном базисе матрицей

.

Построить ортонормированный базис из собственных векторов этого оператора и найти его матрицу в построенном базисе.

1. Найти канонический вид матрицы

и указать ортогональную матрицу , такую что .

1. Пусть – положительно определённый линейный оператор, действующий в евклидовом пространстве . Доказать, что существует положительное число такое, что для любого вектора справедливо неравенство .
2. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму

к каноническому виду и написать этот канонический вид.

1. Найти нормальное псевдорешение системы линейных алгебраических уравнений

**Вопросы к коллоквиуму (первый семестр)**

Коллоквиум проводится в форме устного собеседования. Для не сдавших коллоквиум зачёт (и зачётная комиссия) начинается с вопросов по теоретическому материалу коллоквиума. Билет коллоквиума содержит один вопрос из следующего списка:

1. Перестановки.
2. Определитель, свойства определителя.
3. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
4. Разложение определителя по строке (столбцу). Определитель произведения матриц.
5. Обратная матрица. Критерий обратимости.
6. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
7. Ранг матрицы и линейная зависимость её строк (и столбцов).
8. Ранг произведения матриц. Инвариантность ранга относительно элементарных преобразований.
9. Системы линейных алгебраических уравнений с квадратной невырожденной матрицей. Правило Крамера.
10. Критерий совместности и определённости системы линейных алгебраических уравнений.
11. Исследование и решение системы линейных алгебраических уравнений общего вида. Общее решение.
12. Эквивалентность систем линейных алгебраических уравнений. Элементарные преобразования систем.
13. Метод Гаусса исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений.
14. Линейное пространство. Арифметическое пространство.
15. Линейная зависимость в линейном пространстве.
16. Базис и размерность линейного пространства.
17. Линейное подпространство и линейное аффинное многообразие в линейном пространстве. Определение и простейшие свойства.
18. Геометрические свойства решений однородной системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений.
19. Геометрические свойства решений неоднородной системы линейных алгебраических уравнений. Общее решение.

**Вопросы к коллоквиуму (второй семестр)**

Коллоквиум проводится в форме устного собеседования. Для не сдавших коллоквиум зачёт (и зачётная комиссия) начинается с вопросов по теоретическому материалу коллоквиума. Билет коллоквиума содержит один вопрос из следующего списка:

1. Линейные операторы. Определение, основные свойства, примеры. Теорема о существовании и единственности оператора по заданным образам базисных векторов.
2. Матрицы линейных операторов. Взаимно-однозначное соответствие между линейными операторами и матрицами.
3. Линейное пространство линейных операторов и его связь с пространством матриц.
4. Матрица линейного оператора. Связь между координатами вектора и его образа.
5. Матрицы линейного оператора в различных базисах.
6. Эквивалентные матрицы. Критерий эквивалентности.
7. Образ и ядро линейного оператора.
8. Произведение линейных операторов. Матрица произведения.
9. Обратный оператор. Критерий обратимости.
10. Инвариантные подпространства. Индуцированный оператор.
11. Инвариантные подпространства минимальной размерности (в комплексном и вещественном случаях).
12. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Определение и простейшие свойства. Примеры.
13. Характеристический многочлен линейного оператора. Определение и простейшие свойства.
14. Условие существования собственных векторов линейного оператора. Собственные векторы линейного оператора в комплексном пространстве.
15. Собственное подпространство. Алгебраическая и геометрическая кратности собственного значения.
16. Операторы простой структуры. Критерий простой структуры.
17. Треугольная форма матрицы линейного оператора в комплексном пространстве.
18. Нильпотентный оператор. Определение, простейшие свойства, примеры.
19. Расщепление линейного оператора.
20. Корневые векторы. Канонический базис корневого подпространства.
21. Жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора. Канонический базис.
22. Теорема Гамильтона-Кэли.
23. Подобные матрицы. Критерий подобия.

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Зачетная работа первого семестра**

**Вариант 1 (для проведения в группах)**

1. Вычислить определитель n-го порядка

,

где .

1. Исследовать систему и найти общее решение в зависимости от значений
2. В аффинной системе координат написать уравнение прямой, проходящей через точку и равноудалённой от точек и .
3. Составить параметрическое уравнение прямой, параллельной прямой

и пересекающей прямые и .

1. Построить однородную систему уравнений по заданной фундаментальной системе решений: .
2. Вычислить объём параллелепипеда , зная его вершину и координаты концов выходящий из неё рёбер: .
3. На плоскости заданы две системы координат: и . Вторая система получена из первой поворотом вокруг точки на угол в направлении кратчайшего поворота от к . Найти координаты точки в первой системе координат, если известны её координаты во второй системе координат.
4. Составить уравнение биссектрисы острого угла между прямыми и .
5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку и удаленной от точки на расстояние 1, а от точки на расстояние 3.
6. Решить уравнение в комплексных числах: .
7. Найти все образующие элементы циклической группы 11-го порядка.
8. Определить тип кривой, заданной уравнением

и найти уравнения осей ее канонической системы координат.

**Вариант 2 (для проведения зачетной комиссии)**

1. Вычислить определитель n-го порядка

где .

1. Исследовать систему и найти общее решение в зависимости от значений
2. В аффинной системе координат написать уравнение прямой, проходящей через точку и равноудалённой от точек и .
3. Вычислить ранг матрицы

.

1. Составить параметрическое уравнение прямой, параллельной прямой

и пересекающей прямые и

1. В треугольнике заданы уравнение стороны и медиан , . Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины .
2. Написать уравнение плоскости , проходящей через начало координат перпендикулярно прямой

,

найти расстояние от точки до этой плоскости и координаты проекции этой точки на плоскость .

1. Определить тип поверхности, заданной уравнением .

Найти геометрическое место точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию .

**Зачетная работа второго семестра**

**Вариант 1 (для проведения в группах)**

1. Найти базисы суммы и пересечения линейных подпространств и где , , ; , , .
2. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис линейной оболочки векторов , , , .
3. Найти угол между вектором и линейной оболочкой векторов , , .
4. Найти канонический базис и жорданову форму матрицы

.

1. Доказать, что неоднородная система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда вектор-столбец ортогонален всем решениям сопряженной однородной системы .
2. В пространстве многочленов со стандартным скалярным произведением задан ортогональный оператор с определителем, равным , который переводит многочлен в , а многочлен в . Найти матрицу оператора в базисе .
3. Найти нормальный вид квадратичной формы

и приводящее к нему треугольное преобразование координат.

1. Найти нормальное псевдорешение системы уравнений
2. В пространстве введено скалярное произведение

Найти матрицу оператора, сопряженного к оператору дифференцирования, в базисе .

1. Доказать, что пространство является прямой суммой подпространств и , и найти проекцию многочлена на параллельно , если , .

**Вариант 2 (для проведения зачетной комиссии)**

1. Найти базисы , если задано однородной системой

а является ортогональным дополнением к множеству решений системы

1. Найти базисы образа и ядра линейного оператора, отображающего матрицы , , , соответственно в матрицы , , , .
2. Построить жорданову форму и канонический базис для матрицы

.

1. Найти расстояние от точки, заданной вектором до линейного аффинного многообразия , заданного системой уравнений
2. Выписать канонический вид и приводящее к этому виду ортогональное преобразование координат для квадратичной формы

.

1. Найти двумерное инвариантное подпространство для линейного оператора, действующего в пространстве и заданного в некотором его базисе матрицей

.

**Вопросы к экзамену**

Экзамен сдается в устной форме. В экзаменационном билете – два вопроса из приведенных ниже списков по семестрам.

**Первый семестр**

**Линейная алгебра**

1. Операции над матрицами и их свойства.
2. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Приведение к диагональному виду.
3. Перестановки, транспозиции, чётность.
4. Определитель и его свойства как функции столбцов (строк).
5. Определитель транспонированной матрицы.
6. Определитель произведения матриц.
7. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
8. Невырожденные матрицы. Обратные матрицы. Критерий обратимости матрицы.
9. Линейное пространство. Определение и примеры. Арифметическое пространство.
10. Линейная зависимость в линейном пространстве.
11. Базис и размерность линейного пространства.
12. Переход к другому базису, матрица перехода.
13. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
14. Ранг матрицы и линейная зависимость строк и столбцов.
15. Ранг произведения матриц. Ранг матрицы и элементарные преобразования.
16. Эквивалентные матрицы. Критерий эквивалентности.
17. Системы линейных алгебраических уравнений. Эквивалентность систем. Элементарные преобразования систем.
18. Системы с невырожденной матрицей. Правило Крамера.
19. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений. Критерий единственности решения.
20. Исследование системы линейных алгебраических уравнений общего вида. Главные и свободные неизвестные. Общее решение системы.
21. Метод Гаусса исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений. Число арифметических операций в методе Гаусса.
22. Линейное подпространство. Геометрические свойства множества решений однородной системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений. Общее решение.
23. Линейное многообразие. Геометрические свойства множества решений неоднородной системы линейных алгебраических уравнений. Общее решение.

**Аналитическая геометрия**

1. Направленные отрезки. Свободный вектор.
2. Линейные операции над векторами. Координаты вектора.
3. Проекции вектора. Свойства линейности проекций.
4. Линейная зависимость векторов. Коллинеарные и компланарные векторы.
5. Аффинная система координат. Преобразование координат.
6. Преобразования прямоугольных декартовых координат. Ортогональные матрицы.
7. Скалярное произведение геометрических векторов. Скалярное произведение в прямоугольных декартовых координатах.
8. Векторное произведение векторов.
9. Смешанное произведение векторов.
10. Векторное и смешанное произведения в прямоугольных декартовых координатах.
11. Алгебраические линии и поверхности. Инвариантность порядка линии (поверхности).
12. Параметрические уравнения прямой на плоскости и плоскости в пространстве.
13. Общее уравнение прямой на плоскости в аффинной системе координат. Критерий параллельности вектора прямой.
14. Общее уравнение плоскости в пространстве в аффинной системе координат. Критерий параллельности вектора плоскости.
15. Взаимное расположение двух прямых на плоскости и плоскостей в пространстве.
16. Пучок прямых на плоскости и плоскостей в пространстве.
17. Полуплоскости и полупространства.
18. Уравнения прямой в пространстве.
19. Взаимное расположение прямых в пространстве.
20. Метрические задачи на прямую и плоскость в прямоугольных координатах.
21. Общее уравнение линии второго порядка на плоскости. Матричная запись общего уравнения и его квадратичной части.
22. Приведённые уравнения линии второго порядка на плоскости. Метод вращений.
23. Классификация линий второго порядка на плоскости.
24. Эллипс. Фокусы и директрисы.
25. Гипербола. Фокусы и директрисы.
26. Парабола. Фокус и директриса.
27. Общее уравнение поверхности второго порядка в пространстве. Матричная запись общего уравнения и его квадратичной части.
28. Приведённые уравнения поверхности второго порядка. Метод вращений.
29. Классификация поверхностей второго порядка. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, конусы и цилиндрические поверхности.
30. Прямолинейные образующие алгебраических поверхностей второго порядка.

**Общая алгебра**

1. Декартово произведение множеств и бинарное отношение. Отношение эквивалентности. Фактор-множество.
2. Отображения. Обратное отображение.
3. Алгебраические операции. Обобщённый закон ассоциативности.
4. Группы. Основные свойства.
5. Подгруппы. Симметрическая и знакопеременная группы.
6. Группа невырожденных матриц. Группа невырожденных треугольных матриц. Группа ортогональных матриц.
7. Конечные группы. Теорема Лагранжа.
8. Степени элемента. Циклические группы. Подгруппы циклической группы.
9. Подгруппы, смежные классы, нормальные делители.
10. Изоморфизм групп.
11. Гомоморфизм групп.
12. Кольцо.
13. Поле. Характеристика поля. Алгебраическое расширение поля.
14. Кольцо вычетов. Поле вычетов по простому модулю.
15. Линейное пространство над полем. Число элементов в конечном поле.
16. Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость.
17. Тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент произведения комплексных чисел.
18. Возведение в степень комплексного числа. Формула Муавра.
19. Извлечение корня из комплексного числа.
20. Группа корней из единицы. Первообразные корни.
21. Кольцо многочленов. Деление с остатком.
22. Наибольший общий делитель, его свойства. Алгоритм Евклида.
23. Значения многочлена и корни. Теорема Безу.
24. Многочлены как формальные выражения и как функции. Эквивалентность двух определений равенства многочленов.
25. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на линейные множители.
26. Каноническое разложение многочлена над полем комплексных чисел. Кратность корня.
27. Каноническое разложение многочленов над полем вещественных чисел.
28. Формулы Виета. Симметрические многочлены.

**Второй семестр**

1. Линейное пространство над произвольным полем. Ранг и база системы векторов.
2. Изоморфизм линейных пространств.
3. Сумма и пересечение линейных пространств.
4. Прямая сумма линейных пространств.
5. Евклидово и унитарное пространство. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.
6. Скалярное произведение в ортонормированном базисе. Существование ортонормированного базиса.
7. Изометрия.
8. Матрица Грама. Критерий линейной зависимости.
9. Ортогональное дополнение. Ортогональная сумма подпространств. Расстояние от вектора до подпространства.
10. Ортонормированный базис и унитарные (ортогональные) матрицы.
11. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. QR-разложение матрицы.
12. Линейное аффинное многообразие в линейном пространстве. Гиперплоскость в евклидовом и унитарном пространстве.
13. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.
14. Матрица линейного оператора при переходе к другому базису. Эквивалентность и подобие матриц.
15. Линейное пространство линейных операторов и матриц.
16. Произведение линейных операторов и его матрица.
17. Ядро и образ линейного оператора. Каноническая пара базисов.
18. Линейные функционалы. Сопряжённое пространство. Линейные функционалы и гиперплоскости.
19. Обратный оператор. Критерии обратимости.
20. Собственные значения и собственные векторы. Операторы простой структуры и диагонализуемые матрицы.
21. Характеристический многочлен линейного оператора. Условие существования собственных значений.
22. Собственное подпространство. Геометрическая и алгебраическая кратности собственных значений.
23. Инвариантные подпространства. Сужение оператора.
24. Треугольная форма матрицы линейного оператора. Теорема Шура.
25. Сдвиг оператора, нильпотентность и обратимость его сужений.
26. Корневые подпространства. Расщепление линейного пространства в прямую сумму корневых подпространств.
27. Жорданов базис и жорданова матрица линейного оператора в комплексном пространстве.
28. Критерий подобия матриц.
29. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный многочлен.
30. Инвариантные подпространства минимальной размерности.
31. Вещественный аналог жордановой формы.
32. Сопряжённый оператор. Существование и единственность. Матрица сопряжённого оператора.
33. Нормальный оператор и нормальная матрица.
34. Блочно-диагональная форма вещественной нормальной матрицы.
35. Эрмитовы операторы и эрмитовы матрицы. Эрмитово разложение линейного оператора.
36. Симметрические операторы и симметрические матрицы.
37. Унитарные операторы и унитарные матрицы.
38. Блочно-диагональная форма ортогональной матрицы.
39. Знакоопределённые операторы и матрицы. Квадратный корень из оператора.
40. Сингулярные числа и сингулярные векторы. Полярное разложение оператора (матрицы).
41. Ортогональные дополнения ядра и образа линейного оператора. Теорема и альтернатива Фредгольма.
42. Билинейные и квадратичные формы. Приведение к каноническому виду. Конгруэнтность и эрмитова конгруэнтность.
43. Закон инерции квадратичных форм.
44. Приведение квадратичной формы к главным осям.
45. Одновременное приведение к каноническому виду пары квадратичных форм.
46. Положительно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
47. Общий вид скалярного произведения в конечномерном евклидовом и унитарном пространствах.
48. Гиперповерхность второго порядка в евклидовом пространстве. Приведённые уравнения.
49. Нормированное пространство. Нормы Гёльдера.
50. Длина вектора. Тождество параллелограмма и критерий евклидовости нормы.
51. Эквивалентность норм в конечномерном пространстве.
52. Задача о наилучшем приближении в конечномерном нормированном пространстве.
53. Линейный оператор в нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора.
54. Матричные нормы. Унитарно инвариантные нормы.
55. Сингулярное разложение матрицы и обобщённое решение линейных систем.
56. Вариационные (экстремальные) свойства собственных значений самосопряжённого оператора (матрицы).
57. Вариационные (экстремальные) свойства сингулярных чисел.
58. Соотношения разделения собственных значений и сингулярных чисел матриц и подматриц.

**Примеры экзаменационных билетов:**

1. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
2. Метрические задачи на прямую и плоскость в прямоугольных координатах.
3. Ортогональное дополнение. Ортогональная сумма подпространств. Расстояние от вектора до подпространства..
4. Треугольная форма матрицы линейного оператора. Теорема Шура.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Математический анализ I**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Контрольная работа № 1**

1.Найти inf,  ;

2.Доказать, что ;

3.Пользуясь критерием Коши, исследовать на сходимость :

;

4.Доказать, что .

**Контрольная работа № 2**

1.Вычислить предел: ;

2. Выделить у данной функции  главный член вида: .

3.Определить характер точек разрыва следующей функции .

4. Исследовать на непрерывность следующую функцию: 

4. Исследовать на непрерывность следующую функцию: 

**Контрольная работа № 3**

1. Найти , если ;
2. Найти , если ;
3. Найти , если .
4. Разложить данную функцию  по формуле Тейлора в окрестности указанной точки  до членов III порядка включительно: .
5. Найти предел, пользуясь формулой Тейлора: .

6. Раскрыть неопределённость: .

**Контрольная работа № 4**

**Вариант №1**

Вычислить следующие интегралы:

1. ;
2. ;
3. ;
4. 

**Вариант №2**

Вычислить следующие интегралы:

1. ;
2. ;
3. ;

4. ****

**Самостоятельная работа № 5**

1) В задачах №1, 2, 3 выполнить полное исследование функции и построить её график:

1)  ; 2) ; 3) 

2) Найти прямоугольник наибольшей площади, вписанный в эллипс: .

**Вопросы к коллоквиуму**

Коллоквиум проводится в форме устного собеседования. Темы коллоквиума:

1. Вещественные числа, правило их сравнения. Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани у ограниченного сверху(снизу) числового множества.
2. Арифметические операции над вещественными числами. Свойства вещественных чисел.
3. Понятие об эквивалентных и неэквивалентных (равномощных и неравномощных) множествах. Счётные множества и множества мощности континуум. Доказательство их неэквивалентности. Полнота множества вещественных чисел. Аксиоматический метод задания вещественных чисел.
4. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Теорема о единственности предела. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Их взаимосвязь и свойства. Примеры.
6. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
7. Предельный переход в неравенствах для последовательностей.
8. Расширенная числовая ось. Бесконечно удалённые точки. Понятие -окрестности конечных и бесконечных точек. Понятие предела последовательности в терминах окрестностей.
9. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности. Число e.
10. Понятие предельной точки множества и предельной точки последовательности. Теорема о существовании верхнего и нижнего пределов у бесконечного ограниченного множества. Теорема Больцано-Вейерштрасса об ограниченной последовательности.
11. Фундаментальная последовательность и её свойства. Критерий Коши сходимости последовательности.
12. Два определения предела (предельного значения) функции: по Гейне и по Коши, их эквивалентность. Единственность предела функции в данной точке. Односторонние пределы. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности.
13. Критерий Коши существования предела функции.
14. Бесконечно малые функции в окрестности данной точки, сравнение порядков их малости. Бесконечно большие функции в окрестности данной точки, сравнение порядков их роста. Символы о-малое, O-большое, O-большое со звёздочкой. Понятие об эквивалентных бесконечно малых (бесконечно больших) функциях. Примеры.
15. Арифметические операции над функциями, имеющими пределы.
16. Предельный переход в функциональных неравенствах.
17. Непрерывность функции в точке. Определения непрерывности по Гейне и по Коши. Непрерывность функции в точке слева или справа. Локальные свойства непрерывных функций: ограниченность, сохранение знака.
18. Арифметические операции над непрерывными функциями. Суперпозиция функций. Непрерывность сложной функции.
19. Точки разрыва функции. Их классификация. Примеры.
20. Непрерывность функции на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы о прохождении функции через нуль и через промежуточное значение.
21. Теоремы об ограниченности функции, непрерывной на отрезке (I теорема Вейерштрасса) и о достижении такой функцией точных верхней и нижней граней её значений (II теорема Вейерштрасса).
22. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции на отрезке.

**Типовой билет коллоквиума**

1. Дать определение того, что число M является точной верхней гранью множества значений функции f(x) на отрезке [0;2].
2. Сформулировать первую теорему Вейерштрасса.
3. Дать определение по Коши того факта, что соотношение  неверно.
4. Дать определение точки разрыва II рода для функции одной переменной.
5. Дать определения, формулировки всех утверждений и привести их доказательства по следующей теме:

Предельные точки множества и последовательности. Теорема о существовании верхнего и нижнего пределов у ограниченной последовательности.

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Зачетная работа**

1. Исследовать на сходимость следующую числовую последовательность:

.

1. Вычислить предел функции:.
2. Исследовать функцию на непрерывность и дифференцируемость: .
3. Найти , где , а функция  задана так: .
4. Найти , если , и  заданы следующим образом:

.

1. Вычислить следующие неопределённые интегралы:

а);

б) ;

в).

1. Вычислить главный член функции  вида:  при .
2. Вычислить главный член функции  вида:  при .
3. Исследовать функцию на равномерную непрерывность: , .
4. Доказать функциональное неравенство: .
5. Разложить по формуле Тейлора в окрестности указанной точки до членов III порядка следующую функцию: .
6. Пользуясь формулой Тейлора, найти предел: .

**Вопросы к экзамену**

1. Вещественные числа и правила их сравнения. Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани у ограниченного сверху (снизу) множества вещественных чисел.
2. Приближение вещественного числа рациональным. Арифметические операции над вещественными числами. Свойства вещественных чисел.
3. Счетные множества и множества мощности континуум. Неэквивалентность множества мощности континуум счетному множеству.
4. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Их основные свойства.
5. Понятие сходящейся последовательности. Основные теоремы о сходящихся последовательностях (единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, арифметические операции над сходящимися последовательностями).
6. Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности. Число е.
7. Понятие предельной точки последовательности. Теорема о существовании верхнего и нижнего пределов у ограниченной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
8. Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности (критерий Коши).
9. Два определения предельного значения функции (по Гейне и по Коши) и доказательство их эквивалентности. Критерий Коши существования предельного значения функции.
10. Арифметические операции над функциями, имеющими предельное значение. Предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые и бесконечно большие (в данной точке) функции и принципы их сравнения. Предел сложной функции.
11. Понятие непрерывности функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Классификация точек разрыва.
12. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.
13. Обратная функция. Условия непрерывности монотонных функций и обратных функций.
14. Простейшие элементарные функции и их основные свойства.
15. Замечательные пределы.
16. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение.
17. Ограниченность функции, непрерывной на сегменте (первая теорема Вейерштрасса).
18. О достижении функцией, непрерывной на сегменте, своих точной верхней и нижней граней (вторая теорема Вейерштрасса).
19. Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора.
20. Понятие производной и дифференцируемости функции в точке.
21. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, сложной функции и обратной функции. Формулы дифференцирования простейших элементарных функций.
22. Первый дифференциал функции. Инвариантность его формы. Использование дифференциала для приближенного вычисления приращения функции.
23. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
24. Понятие возрастания (убывания) в точке и локального экстремума функции. Достаточное условие возрастания (убывания) и необходимое условие экстремума дифференцируемой в данной точке функции.
25. Теорема о нуле производной (теорема Ролля) и ее геометрический смысл.
26. Формула конечных приращений (формула Лагранжа). Следствия теоремы Лагранжа.
27. Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши).
28. Раскрытие неопределенностей (правила Лопиталя).
29. Формула Тейлора с остаточным членом в общей форме (в форме Шлемильха-Роша).
30. Остаточный член в формуле Тейлора в форме Лагранжа, Коши и Пеано. Его оценка.
31. Разложение по формуле Тейлора-Маклорена элементарных функций. Примеры приложений формулы Тейлора для приближенных вычислений элементарных функций и вычисления пределов.
32. Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции. Простейшие свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.
33. Простейшие методы интегрирования (замена переменной, интегрирование по частям).
34. Интегрируемость в элементарных функциях класса рациональных дробей (с вещественными коэффициентами).
35. Интегрируемость в элементарных функциях дробно-линейных иррациональностей и других классов функций.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Математический анализ II**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Контрольная работа № 1**

1. Исследовать на сходимость интеграл: .
2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость: .

Вариант №2.

1. Исследовать на сходимость интеграл: .

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость: .

**Контрольная работа № 2**

1. Исследовать на непрерывность по каждой переменной и по совокупности:



1. Исследовать на дифференцируемость:



3. Найти  функции  если 

**Самостоятельная работа № 3**

1. Найти , если , где



1. Разложить по формуле Маклорена до членов 4-го порядка малости функцию , если

.

1. Написать уравнения касательной прямой и нормальной плоскости в данной точке к следующей кривой:

.

**Контрольная работа № 4**

1. Произвести замену переменных в следующем дифференциальном выражении:

 при .

1. Найти условные экстремумы функции:  при условии:.
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции:  в области .

**Вопросы к коллоквиуму**

Коллоквиум проводится в форме устного собеседования. Темы коллоквиума:

*Графическое исследование функции*

1. Понятие локального экстремума функции. Необходимое условие локального экстремума дифференцируемой функции.

2. Понятие монотонности функции в точке и на множестве. Критерий монотонности дифференцируемой функции.

3. Первое достаточное условие локального экстремума.

4. Второе достаточное условие локального экстремума.

5. Направление выпуклости графика функции. Понятие о точках перегиба.

6. Достаточные условия локальной выпуклости графика и выпуклости его на интервале (a;b).

7. Необходимое условие перегиба графика в данной точке.

8. Первое достаточное условие перегиба в данной точке.

9. Второе достаточное условие перегиба в данной точке.

10. Отыскание асимптот к графику функции (вертикальных и наклонных).

11. Отыскание наибольшего и наименьшего значения функции на сегменте [a;b] (глобальный экстремум). Понятие о краевом экстремуме.

*Определенный интеграл.*

12. Понятие об определённом интеграле. Верхняя и нижняя интегральные суммы (суммы Дарбу), их свойства. Интегралы Дарбу.

13. Критерий интегрируемости функции.

14. Интегрируемость непрерывных, монотонных, кусочно-непрерывных функций.

15. Свойства определённого интеграла: аддитивность, линейность, интегрируемость произведения функций, сравнение интегралов от двух различных функций, интегрируемость модуля функции.

16. Свойства определённого интеграла: первая теорема о среднем, формулировка второй теоремы о среднем, интеграл с переменным верхним пределом, теорема о существовании первообразной у всякой непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница – основная формула интегрального исчисления.

17. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

*Приложения определенного интеграла.*

18. Квадрируемость и понятие площади плоской фигуры. Вычисление площади криволинейной трапеции и площади криволинейного сектора. Геометрический смысл определённого интеграла.

19. Кубируемость и понятие объёма тела в пространстве. Вычисление объёма тела, полученного вращением криволинейной трапеции вокруг оси OX. Формула (без вывода) для объёма тела , полученного вращением криволинейной трапеции вокруг оси OY,

20. Спрямляемость кривой и понятие длины кривой. Вычисление длины дуги кривых, заданных параметрически, а также в декартовых или в полярных координатах. Понятие о дифференциале длины дуги кривой.

21. Понятие о физических приложениях определённого интеграла.

22. Приближённые методы вычисления определённого интеграла. Метод прямоугольников. Его погрешность

23. Приближённые методы вычисления определённого интеграла. Метод трапеций. Его погрешность (без доказательства).

24. Приближённые методы вычисления определённого интеграла. Метод парабол (Симпсона). Его погрешность (без доказательства).

*Несобственные интегралы*

25. Несобственный интеграл первого рода, его сходимость. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. I-го рода. Вычисление с помощью формулы Ньютона-Лейбница.

26. Достаточные условия сходимости несобственного интеграла. I-го рода. Признаки сравнения: общие, специальные (с интегралом Дирихле), признаки сравнения в предельной формулировке.

27. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла I рода. Признак Абеля-Дирихле.

28. Исследование на абсолютную и условную сходимость интеграла .

29. Замена переменных и интегрирование по частям в несобственном интеграле первого рода.

30. Несобственный интеграл второго рода. Понятие о его сходимости. Критерий Коши. Признаки сравнения для несобственного интеграла II рода: общие и специальные (с интегралом Дирихле II рода).

31. Понятие о главном значении по Коши несобственных интегралов I и II рода.

**Типовой билет коллоквиума**

**Дать определение или формулировку:**

1. Второе достаточное условие локального экстремума.
2. Определённый интеграл от функции f(x) на отрезке [a;b].
3. Первая теорема о среднем для определённого интеграла.
4. Формула для объёма тела, полученного вращением криволинейной трапеции вокруг оси OX.

**Основной вопрос (с доказательством):**

1. Интеграл с переменным верхним пределом, теорема о существовании первообразной у всякой непрерывной функции.

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Зачетная работа**

1. Найти длину дуги кривой: 
2. Вычислить площадь 
3. Исследовать на сходимость: 
4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость: 
5. Исследовать на непрерывность по каждому аргументу и по совокупности:



1. Исследовать на дифференцируемость:

при и 

1. Найти дифференциалы  для функции  если 
2. Найти  неявной функции  если  где 
3. Разложить по формуле Маклорена до членов 6-го порядка малости: 
4. Определить наибольшее и наименьшее значения функции  в области 

**Вопросы к экзамену**

1. Отыскание точек локального экстремума функции. Достаточные условия экстремума.
2. Направление выпуклости графика функции и точки перегиба. Достаточные условия перегиба.
3. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования графика функции.
4. Понятие интегрируемости функции. Леммы Дарбу о верхних и нижних суммах.
5. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.
6. Классы интегрируемых функций.
7. Основные свойства определенного интеграла. Оценки интегралов. Формулы среднего значения.
8. Основная формула интегрального исчисления. Формулы замены переменного и интег­рирования по частям.
9. Понятие длины плоской кривой. Формулы для вычисления длины дуги кривой.
10. Понятие квадрируемости (площади) плоской фигуры. Площадь криволинейной трапе­ции и криволинейного сектора.
11. Понятие кубируемости (объем тела). Кубируемость некоторых классов тел.
12. Абсолютная сходимость несобственных интегралов. Формулы замены переменного и интегрирования по частям для несобственных интегралов.
13. Признак Абеля-Дирихле. Главное значение несобственного интеграла.
14. Метод хорд и его обоснование.
15. Метод касательных и его обоснование.
16. Приближенные методы вычисления определенных интегралов (для одного из методов вывести оценку погрешности)
17. Различные множества точек и последовательности точек n-мерного пространства. Тео­рема Больцано-Вейерштрасса.
18. Понятие функции *п* переменных и ее предельного значения.
19. Непрерывность функции *п* переменных. Основные теоремы о непрерывных функциях.
20. Понятие дифференцируемости функции нескольких переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Касательная плоскость к поверхности.
21. Дифференцирование сложной функции нескольких переменных. Инвариантность формы первого дифференциала.
22. Производная по направлению. Градиент.
23. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о равенстве сме­шанных производных.
24. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
25. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
26. Экстремум функции нескольких переменных и его отыскание.
27. Теорема о существовании и дифференцируемости неявно заданной функции.
28. Теорема о разрешимости системы функциональных уравнений.
29. Понятие зависимости функций. Функциональные матрицы и их роль при исследова­нии зависимости функций.
30. Условный экстремум и методы его отыскания.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Математический анализ III**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Контрольная работа № 1**

**Вариант 1**

1. Исследовать на сходимость ряд .

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд .

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость бесконечное произведение .

4. Исследовать ряд на равномерную сходимость: .

5. Определить область  существования функции  и исследовать ее на дифференцируемость во внутренних точках .

6. Найти множество сходимости степенного ряда .

**Вариант 2**

1. Исследовать ряд на сходимость: .

2. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость: .

3. Найти область сходимости функционального ряда .

4. Исследовать на равномерную сходимость на области сходимости

а) ряд , б) последовательность .

5. Исследовать на непрерывность на области существования сумму ряда .

6. Определить радиус сходимости ряда .

7. Разложить в ряд Тейлора по степеням  функцию , указать область сходимости ряда.

**Контрольная работа № 2**

**Вариант 1**

1. Найти .

2. Найти , где  ограничено плоскостями .

3. Найти , где  – часть сферы .

4. Найти поток поля  через полную внешнюю поверхность

тела .

5. Найти циркуляцию поля  вдоль контура .

**Вариант 2**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:  .

2. Найти объем тела , ограниченного поверхностями:   точка .

3. Найти площадь части поверхности , заключенной внутри

цилиндра .

4. Вычислить криволинейный интеграл пересечение плоскости  и поверхности . Направление обхода – против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси .

5. Вычислить поверхностный интеграл   – направляющие косинусы внешней нормали.

6. Найти поток вектора  через поверхность .

**Вопросы к коллоквиуму**

Коллоквиум проводится в форме устного собеседования. В каждый билет входит один теоретический вопрос из списка, а также предлагается дополнительная задача. Темы коллоквиума:

1. Понятие числового ряда. Критерий Коши. Необходимое и достаточное условие сходимости рядов с неотрицательными членами.
2. Признаки сравнения.
3. Признаки Даламбера и Коши, их сравнение.
4. Признак Коши-Маклорена.
5. Теорема Римана о перестановке членов в числовых рядах.
6. Теорема Коши о перестановке членов в числовых рядах.
7. Последовательности с ограниченным изменением и их свойства.
8. Признаки сходимости произвольных числовых рядов (Абеля, Дирихле-Абеля, Лейбница).
9. Теорема Мертенса.
10. Взаимосвязь между сходимостью четырех рядов: повторных, двойного и "одинарного".
11. Метод Чезаро суммирования расходящихся рядов.
12. Метод Пуассона-Абеля суммирования расходящихся рядов.
13. Бесконечные произведения и их свойства.
14. Последовательности с равномерно ограниченным изменением и их свойства.
15. Признаки Абеля равномерной сходимости функциональных рядов.
16. Признак Дини равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов.
17. Непрерывность суммы функционального ряда.
18. Почленное интегрирование функциональных рядов.
19. Почленное дифференцирование функциональных последовательностей.
20. Сходимость в среднем, связь с равномерной сходимостью, теорема о почленном интегрировании.
21. Теорема Арцела.
22. Теорема Коши-Адамара.

**Задачи для коллоквиума**

1. Пусть  и ряд  сходится. Доказать, что ряд  расходится.

2. Привести пример сходящегося ряда , для которого .

3. Привести пример расходящегося ряда , для которого .

4. Пусть  и  сходится абсолютно. Доказать, что сходимость ряда  эквивалентна сходимости интеграла .

5. Пусть последовательность  монотонна, но не является бесконечно малой. Доказать, что ряды , расходятся при всех  .

6. Пусть последовательность  монотонна и является бесконечно малой, причем ряд  расходится. Доказать, что ряды  и  сходятся условно при всех  .

7. Пусть ряды ,  сходятся условно, а их произведение по Коши  сходится. Доказать, что .

8. Доказать, что любую последовательность с ограниченным изменением можно представить в виде разности двух монотонных ограниченных последовательностей.

9. Для любого множества , обозначим   , . Проверить, что для двойных сумм имеет место *преобразование Харди*: , где . В качестве применения исследовать на сходимость двойной ряд  .

10. Пусть  – произвольное множество и последовательность  непрерывных на  функций сходится равномерно на . Доказать, что она сходится равномерно на .

11. Может ли последовательность разрывных на  функций равномерно сходиться на  к непрерывной функции?

12. Может ли последовательность непрерывных на  функций равномерно сходиться на  к разрывной функции?

13. Привести пример двух последовательностей , равномерно сходящихся на  таких, что последовательность  сходится на  неравномерно.

14. Показать, что последовательность гладких функций   равномерно сходится на , а последовательность расходится в каждой точке .

15. Исследовать последовательность  на равностепенную непрерывность на множестве , где: а) ; б) .

16. Найти сумму функционального ряда .

17. Просуммировать ряд  методом Пуассона-Абеля.

18. Пусть ряд  суммируем методом Чезаро и  при . Доказать, что ряд  сходится.

19. Доказать, что если ряд  суммируем методом Пуассона-Абеля, то для любого  имеем  при .

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Работа для проведения зачетной комиссии**

1. Исследовать на абсолютную и условную сходимость относительно параметра :

.

2. Разложить в степенной ряд по степеням , определить область сходимости:

.

3. Исследовать функцию на непрерывность: .

4. Найти объём тела: .

5. Найти:  где .

6. Найти поток  через часть  поверхности , вырезаемую плоскостью :



(нормаль – внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями,  – *незамкнутая* поверхность).

**Вопросы к экзамену**

Экзамен сдается в устной форме. В экзаменационном билете – один вопрос из приведенного ниже списка.

1. Понятие числового ряда. Критерий Коши. Необходимое и достаточное условие сходимости рядов с неотрицательными членами.
2. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами (признаки сравнения, Даламбера, Коши, Коши-Маклорена).
3. Теоремы Коши и Римана о перестановке членов в числовых рядах.
4. Признаки сходимости произвольных числовых рядов (два признака Абеля, признаки Дирихле-Абеля, Лейбница).
5. Арифметические операции над сходящимися числовыми рядами. Теорема Мертенса.
6. Бесконечные произведения, критерии их сходимости.
7. Необходимое условие сходимости двойного ряда. Связь между сходимостью двойного ряда и повторного ряда. Критерий сходимости двойного ряда с неотрицательными членами.
8. Абсолютная сходимость двойного ряда. Взаимосвязь между сходимостью четырех рядов: повторных, двойного и "одинарного".
9. Обобщенные методы суммирования расходящихся рядов (методы Чезаро и Пуассона-Абеля).
10. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши.
11. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов (два признака Абеля, признаки Дирихле-Абеля, Вейерштрасса).
12. Признак Дини равномерной сходимости функциональных рядов и последовательностей. Почленный переход к пределу, непрерывность предельной функции функциональных последовательностей и рядов.
13. Почленное дифференцирование, существование первообразных функций для функциональных последовательностей и рядов.
14. Почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов (две теоремы). Сходимость в среднем, связь с равномерной сходимостью.
15. Теорема Арцела. Признак равностепенной непрерывности функциональной последовательности.
16. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара. Непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда. Разложение функций в степенные ряды.
17. Определение и доказательство существования двойного интеграла при помощи прямоугольных разбиений области. Классы интегрируемых функций. Основные свойства двойного интеграла.
18. Определение двойного интеграла при помощи произвольных разбиений области. Эквивалентность двух определений.
19. Сведение двойного интеграла к повторному однократному.
20. Кратные несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признаки сходимости.
21. Кратные несобственные интегралы от знакопеременных функций. Эквивалентность понятий сходимости и абсолютной сходимости.
22. Криволинейные интегралы первого и второго рода.
23. Понятие поверхности. Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Лемма о проекции окрестности точки на касательную плоскость.
24. Площадь поверхности. Квадрируемость поверхности.
25. Поверхностные интегралы первого и второго рода.
26. Преобразование базисов. Инварианты линейного оператора.
27. Дивергенция, ротор и производная по направлению векторного поля. Повторные операции теории поля.
28. Формула Грина. Формула Остроградского-Гаусса.
29. Формула Стокса.
30. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода на плоскости от пути интегрирования.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Действительный и комплексный анализ**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Контрольная работа № 1**

**Вариант 1**

1. Исследовать на равномерную сходимость на области существования интегралы:

а) ; б) .

2. Исследовать интеграл  на непрерывность на области существования.

3. Вычислить интеграл .

4. Определить область существования интеграла  и вычислить этот интеграл.

**Вариант 2**

1. Найти , если .

2. Исследовать на равномерную сходимость  в случаях: a) ; б) .

3. Исследовать на непрерывность .

.

4. Вычислить . Обосновать вычисление.

5. Вычислить .

**Контрольная работа № 2**

**Вариант 1**

1. Разложить в ряд Фурье на отрезке  функцию , нарисовать график суммы ряда и исследовать ряд на равномерную сходимость на .

2. Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию ,

нарисовать график суммы ряда и исследовать ряд на равномерную сходимость на .

**Вариант 2**

1. Разложить функцию  по косинусам кратных дуг, нарисовать графики функции  и суммы ряда Фурье.

2. Разложить в ряд Фурье функцию , нарисовать графики функции  и суммы ряда Фурье.

**Контрольная работа № 3**

**Вариант 1**

1. Разложить функцию  в ряд Лорана по степеням  в кольце , содержащем точку . Указать границы кольца . .

2. Найти все особые точки функции  и определить их вид: .

3. Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы

а) ; б) .

4. Отобразить конформно область  на верхнюю полуплоскость.

**Вариант 2**

1. Найти множество точек , в которых функция  является дифференцируемой.

2. Разложить функцию  в ряд Тейлора с центром в точке  и указать область, где справедливо разложение.

3. Разложить функцию  в ряд Лорана в кольце .

4. Определить все особые точки функции  и классифицировать их, включая точку .

5. Вычислить интеграл .

6. Вычислить интеграл .

7. Конформно отобразить на верхнюю полуплоскость внутренность угла  с выброшенным лучом .

**Вопросы к коллоквиуму**

Коллоквиум проводится в форме устного собеседования. В каждый билет входит один теоретический вопрос из списка, а также предлагается дополнительная задача. Темы коллоквиума:

**Вопросы к коллоквиуму по теме "Интегралы, зависящие от параметра"**

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра (ИЗП). Случай постоянных пределов интегрирования.

2. Собственные ИЗП. Случай переменных пределов интегрирования.

3. Равномерная сходимость несобственных ИЗП. Примеры. Критерий Коши.

4. Признаки равномерной сходимости несобственных ИЗП (Вейерштрасса, Дирихле-Абеля, Дини).

5. Непрерывность и интегрируемость несобственных ИЗП на отрезке.

6. Дифференцируемость несобственных ИЗП.

7. Интегрируемость несобственных ИЗП на полупрямой.

8. Вычисление интеграла Дирихле.

9. Свойства Г-функции Эйлера.

10. Свойства В-функции Эйлера. Связь между эйлеровыми интегралами.

11. Вывод асимптотической формулы для интеграла .

12. Асимптотическая формула для функции . Формула Стирлинга.

**Задачи для коллоквиума**

1. Пусть . Доказать, что

.

2. Доказать, что  сходится неравномерно по , но замена  превращает его в равномерно сходящийся интеграл.

3. Задана функция 

Показать, что функция  определена и непрерывна на , функция  интегрируема на  для любого , но .

4. Пусть функция  непрерывна на  и интеграл  сходится равномерно на . Доказать, что этот интеграл сходится

равномерно на .

5. Задана функция  Показать, что интеграл  сходится равномерно на , а интеграл  сходится неравномерно на .

6. Задана функция  Показать, что при любом  функция  монотонна на  и ,

но интеграл  сходится неравномерно на . Какое условие признака Дирихле нарушено?

7. Пусть интеграл  сходится равномерно на множестве  и для любого  функция  монотонна на  и стремится к нулю при . Доказать, что  при  сходится к нулю равномерно на .

8. Доказать, что интеграл сходится неравномерно на , а ряд  сходится равномерно на .

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Работа для проведения зачетной комиссии**

1. Разложить функцию  в тригонометрический ряд Фурье в интервале . К чему сходится полученное выражение в точке ?

2. Обосновать возможность дифференцирования под знаком интеграла и вычислить интеграл: .

3. Исследовать на равномерную сходимость на множестве: .

4. Разложить в ряд Лорана на указанном множестве .

5. Применить методы ТФКП для вычисления интеграла, обосновать применимость метода: .

6. Отобразить конформно сектор  на .

**Вопросы к экзамену**

Экзамен сдается в устной форме. В экзаменационном билете – два вопроса из приведенного ниже списка (по одному из каждого раздела).

**Действительный анализ**

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра (ИЗП).

2. Признаки равномерной сходимости несобственных ИЗП (Вейерштрасса, Дирихле-Абеля, Дини).

3. Непрерывность и интегрируемость несобственных ИЗП на отрезке.

4. Дифференцируемость несобственных ИЗП.

5. Интегрируемость несобственных ИЗП на полупрямой.

6. Вычисление интеграла Дирихле.

7. Свойства Г-функции Эйлера.

8. Свойства В-функции Эйлера. Связь между эйлеровыми интегралами.

9. Асимптотическая формула для функции . Формула Стирлинга.

10. Ортонормированные системы. Задача о наилучшем приближении элемента евклидова пространства.

11. Замкнутость и полнота ортонормированных систем.

12. Теорема Фейера.

13. Замкнутость тригонометрической системы. Следствия из замкнутости.

14. Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции.

15. Локальная теорема Фейера.

16. Простейшие условия равномерной сходимости и почленной дифференцируемости рядов Фурье.

17. Уточнённые условия равномерной сходимости ряда Фурье.

18. Условие сходимости тригонометрического ряда Фурье в точке. Сходимость ряда Фурье кусочно-гельдеровой функции.

19. Принцип локализации Римана.

20. Свойства преобразования Фурье.

21. Условия разложимости функции в интеграл Фурье.

**Комплексный анализ**

1. Стереографическая проекция.

2. Функции комплексного переменного. Предел. Непрерывность.

3. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Аналитичность.

4. Теорема Коши и её обобщение.

5. Интегральная формула Коши.

6. Принцип максимума модуля аналитической функции.

7. Гармонические функции и их свойства. Принцип максимума.

8. Разложение гармонических функций в ряды. Ряд Фурье для гармонической функции.

9. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций. Теорема Лиувилля.

10. Неопределённый интеграл. Теорема Морера.

11. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций.

12. Аналитичность суммы степенного ряда. Теорема Тейлора.

13. Теорема единственности аналитических функций. Нули аналитической функции.

14. Ряды Лорана. Теорема Лорана.

15. Классификация изолированных особых точек. Устранимая особая точка. Полюс.

16. Существенно особая точка. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса.

17. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке. Основная теорема о вычетах.

18. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Лемма Жордана.

19. Логарифмический вычет. Теорема Руше. Принцип аргумента.

20. Аналитическое продолжение с вещественной оси. Элементарные функции.

21. Аналитическое продолжение с помощью рядов и через границу. Принцип непрерывности.

22. Аналитическое продолжение Гамма-функции Эйлера. Формула дополнения.

23. Основные принципы конформных отображений: принцип соответствия границ и принцип симметрии Римана-Шварца.

24. Свойство аналитической однолистной функции в области.

25. Локальное свойство однолистной функции. Отображение области на область при конформном отображении.

26. Дробно-линейная функция и её свойства.

27. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями.

28. Задача Дирихле для уравнения Лапласа. Случай круга и верхней полуплоскости.

29. Следствие из решения задачи Дирихле для круга. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции многочленами.

30. Функция Грина (функция источника).

31. Преобразование Лапласа и его основные свойства.

32. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных с помощью преобразования Лапласа.

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**Дискретная математика**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Проверочная работа № 1**

1. Построить совершенную КНФ, сокращенную ДНФ и полином Жегалкина функции алгебры логики f(x, y, z) = (x \to y) \sim z.
2. Найти число функций алгебры логики, зависящих от переменных x1, …, xn, в множестве A = (T\_0 \cup S) \cap L.
3. Выяснить, принадлежит ли функция алгебры логики f(x, y, z) = \bar x \bar y \bar z замыканию системы A = {\bar x, x \oplus y \oplus z, x(y \sim z) \oplus yz}.
4. Выяснить, можно ли найти такую функцию f \in P2, что система B = {xy \lor xz \lor yz, f} является базисом P2. Ответ обосновать.
5. Выяснить, представима ли полиномом по модулю 4 функция f(x) = 3 j0(x) + j\_2(x) \in P4.

**Проверочная работа № 2**

1. Выяснить, сколько найдется неизоморфных непланарных графов (без петель и кратных ребер) с 6 вершинами и 13 ребрами. Изобразить все эти графы.
2. Найти все наборы вида (0,0,0,0,-,-,-,-,-,-) (вместо прочерка может быть либо 0, либо 1), которые являются кодами упорядоченных корневых деревьев с 5 ребрами. Изобразить все эти деревья.
3. В графе без циклов (без петель и кратных ребер) две компоненты связности, 144 вершины степени 4, остальные вершины – степени 2 или 1. Найти число вершин степени 1 в этом графе.
4. В связном графе G = (V, E) (без петель и кратных ребер) 116 вершин и 116 ребер. Какие значения может принимать хроматическое число графа G? Ответ обосновать.
5. Выяснить, какое наименьшее число ребер нужно удалить из полного графа K7, чтобы получить планарный граф. Ответ обосновать. Изобразить этот полученный планарный граф.
6. Проверить, является ли однозначным алфавитный код С = {ab, cab, bbc, bcc, abbc} в кодирующем алфавите B = {a, b, c}. При отрицательном ответе указать слово в алфавите B, допускающее не менее двух декодирований.
7. Выяснить, существует ли однозначный двоичный алфавитный код с длинами кодовых слов 1, 2, 4, 4, 4, 5? При положительном ответе построить префиксный двоичный код с такими длинами кодовых слов.
8. Построить оптимальный двоичный алфавитный код для распределения частот P = (0,5; 0,11; 0,09; 0,08; 0,08; 0,08; 0,06).
9. Выяснить, сколько ошибок замещения может обнаружить и может исправить код с характеристической функцией f(x1, …, xn) = x1 \oplus … \oplus xn. Ответ обосновать.
10. Принадлежит ли слово 1010110000 коду Хэмминга длины 10? Ответ обосновать.

**Проверочная работа № 3**

1. Построить диаграмму Мура автоматной функции f, преобразующей бесконечные двоичные последовательности x(1)x(2)… x(t)… в бесконечные двоичные последовательности y(1)y(2)… y(t)… по правилу y(t) = 1, если t – четно и в конечной последовательности x(1)x(2)… x(t) встретились хотя бы две единицы подряд, и y(t) = x(t) иначе.
2. Построить диаграмму Мура автоматной функции, заданной каноническими уравнениями: y(t) = q1(t-1) \oplus q2(t-1), q1(t) = q2(t-1), q2(t) = x(t), q1(0) = 0, q2(0) = 1. Указать слово, которое отличает состояния 01 и 10, или обосновать, что эти состояния неотличимы.
3. В базисе из конъюнкции, дизъюнкции, отрицания и задержки построить СФЭ с задержками для автоматной функции f, преобразующей бесконечные двоичные последовательности x(1)x(2)… x(t)… в бесконечные двоичные последовательности y(1)y(2)… y(t)… по правилу y(1) = 1, y(t) = x(t) \lor x(t-1) при t \ge 2.
4. Для автоматной функции из предыдущей задачи построить диаграмму Мура, в которой отсутствуют пары неотличимых состояний. Обосновать, что построенная диаграмма Мура обладает этим свойством.
5. Построить канонические уравнения для автоматной функции, заданной СФЭ с задержками (предложена СФЭЗ).

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Вопросы к экзамену**.

В билете два вопроса (один из части А и один из части Б) и задача.

**Часть А** – ответ без подготовки по любым бумажным материалам (конспектам, книгам, распечаткам лекций и т.д.); проверяется понимание доказательств; определения и теоремы формулируются без конспектов. Электронными средствами (компьютерами, телефонами и т.д.) на экзамене пользоваться не разрешается.

1. Алгоритм построения вектора коэффициентов полинома Жегалкина функции алгебры логики (с обоснованием).
2. Двойственность. Класс самодвойственных функций, его замкнутость.
3. Лемма о нелинейной функции.
4. Теорема Поста о полноте системы функций алгебры логики.
5. Теорема о предполных классах.
6. Теоремы о представлении k-значных функций 2-й формой и полиномами.
7. Деревья. Теорема о равносильных определенияих дерева. Свойства деревьев.
8. Точки сочленения и мосты в графе. Двусвязность и k-связность графов. Теорема о равносильных определениях двусвязных графов.
9. Дерево блоков и точек сочленения связного графа.
10. Алгоритм построения кратчайшего остовного дерева (с обоснованием).
11. Теорема о раскраске планарных графов в 5 цветов.
12. Алгоритм распознавания взаимной однозначности (разделимости) алфавитного кодирования (с обоснованием).
13. Теорема Маркова о взаимной однозначности (разделимости) алфавитного кодирования.
14. Неравенство Макмиллана.
15. Теорема о существование префиксного кода с заданными длинами кодовых слов.
16. Теорема редукции.
17. Коды с исправлением r ошибок. Оценка функции Mr(n).
18. Коды Хэмминга. Оценка функции M1(n).
19. Схемы из функциональных элементов и элементов задержки. Автоматность осуществляемых ими отображений.
20. Моделирование автоматной функции схемой из функциональных элементов и элементов задержки.
21. Теорема Мура. Пример автомата, на котором достигается оценка теоремы Мура.
22. Метод Карацубы построения схемы для умножения, верхняя оценка ее сложности.
23. NP-полнота задачи выполнимости 3-КНФ (с обоснованием).

**Часть Б** – ответ без конспектов и без подготовки.

1. Функции алгебры логики. Равенство функций. Тождества для элементарных функций.
2. Теорема о разложении функции алгебры логики по переменным. Теорема о совершенной дизъюнктивной нормальной форме.
3. Полные системы. Примеры полных систем (с доказательством полноты).
4. Теорема Жегалкина о представлении функции алгебры логики полиномом.
5. Понятие замкнутого класса. Замкнутость классов T0, T1, L.
6. Класс монотонных функций, его замкнутость.
7. Лемма о несамодвойственной функции.
8. Лемма о немонотонной функции.
9. Теорема о максимальном числе функций в базисе в алгебре логики.
10. Функции k-значной логики. Теорема о существовании конечной полной системы в Pk.
11. Основные понятия теории графов. Изоморфизм графов. Связность графов, леммы о связных графах. Теорема об оценке числа компонент связности в графе.
12. Корневые деревья. Верхняя оценка их числа.
13. Обходы графов, поиск в глубину и поиск в ширину в графе. Критерий точки сочленения в графе.
14. Геометрическое представление графов. Теорема о представлении графов в трехмерном пространстве.
15. Планарные (плоские) графы. Формула Эйлера для планарных графов.
16. Теоремы о непланарности графов K5 и K3,3. Теорема Понтрягина-Куратовского (доказательство в одну сторону).
17. Теорема о раскраске вершин графа в 2 цвета (теорема Кенига).
18. Оптимальные коды, их свойства.
19. Линейные двоичные коды. Теорема о кодовом расстоянии линейных кодов.
20. Схемы из функциональных элементов (СФЭ). Реализация функций алгебры логики схемами.
21. Сумматор. Верхняя оценка сложности n-разрядного сумматора. Вычитатель. Верхняя оценка сложности n-разрядного вычитателя.
22. Понятие автоматных функций, их представление диаграммой Мура. Единичная задержка.
23. Понятие задачи распознавания, классы P и NP. NP-трудные и NP-полные задачи. Задача выполнимости КНФ, ее NP-полнота (без доказательства).
24. Полиномиальный алгоритм проверки выполнимости 2-КНФ (с обоснованием).

**Задачи на экзамене**

В билете кроме двух теоретических вопросов указана тема задачи. Всего тем четыре: алгебра логики, графы, коды, автоматы. По итогам проверочных работ каждый студент по каждой из этих четырех тем получает одну из трех оценок - 1; 0,5 или 0. Оценка 1 по определенной теме означает освобождение от задачи по этой теме, если она попадается в билете. Оценка 0 означает дополнительную задачу по этой теме на экзамене. Все дополнительные задачи (по одной задаче по каждой теме, за которую 0) решаются студентом до выбора билета. Если студент не решил достаточного числа дополнительных задач, то ему может быть поставлена оценка неуд (без возможности выбрать билет). Если студент решил не все дополнительные задачи и тянет билет, то ему снижается оценка с учетом числа нерешенных дополнительных задач. Задачи решаются без конспектов. После ответа на билет экзаменатор может опрашивать студента по всему материалу (определения, формулировки теорем, идеи доказательств). Кроме того, экзаменатор может предлагать студенту решить задачи по любым темам из курса (в том числе, по которым у студента 1). На пересдаче нет освобождения от задач и дополнительных задач: студент отвечает на два теоретических вопроса в билете и решает задачу из билета.

**Типовые задачи для экзамена.**

1. Доказать заданное тождество алгебры логики.
2. Представить заданную функцию алгебры логики совершенной ДНФ или КНФ, полиномом Жегалкина или СФЭ.
3. Подсчитать число функций алгебры логики n переменных в заданном множестве.
4. Исследовать заданную систему функций алгебры логики на полноту.
5. Выяснить, является ли заданная система функций алгебры логики базисом.
6. Представить заданную k-значную функцию в 1-й или во 2-й форме.
7. Представить заданную k-значную функцию полиномом по модулю k (при простом k).
8. Выяснить, можно ли представить заданную k-значную функцию полиномом по модулю k (при составном k).
9. Найти число неизоморфных графов с заданными свойствами (при заданном малом числе вершин).
10. Найти кратчайшее остовное дерево заданного графа.
11. Найти код заданного упорядоченного корневого дерева или восстановить упорядоченное корневое дерево по заданному коду.
12. Выяснить, является ли заданный граф планарным.
13. Найти хроматическое число или хроматический индекс заданного графа.
14. Выяснить, является ли заданный алфавитный код однозначным.
15. Построить префиксный код с заданными длинами кодовых слов.
16. Построить оптимальный двоичный код для заданного распределения частот.
17. Закодировать или декодировать сообщение в коде Хэмминга.
18. Обосновать автоматность заданного отображения.
19. Преобразовать заданное представление конечного автомата в предложенное другое его представление (представления: диаграмма Мура, канонические уравнения, СФЭЗ).
20. Построить диаграмму Мура без неотличимых состояний для заданной автоматной функции.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Экзаменационный билет** состоит из двух вопросов (из части А и из части Б) и задачи, например

1. Теорема Поста о полноте системы функций алгебры логики.

2. Понятие автоматных функций, их представление диаграммой Мура. Единичная задержка.

3. Найти число неизоморфных графов (без петель и кратных ребер) с 6 вершинами и 12 ребрами. Изобразить эти неизоморфные графы.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Практикум на ЭВМ**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.**

**Типовые задачи теоретического зачёта.**

1. Написать программу для учебной машины УМ-3. Эта программа должна сначала вводить целочисленный массив X длины 100, затем печатать число S, равное количеству одновременно отрицательных и кратных трём элементов массива X. При записи кодов операций использовать мнемонические обозначения.

2. Выписать вид внутреннего машинного представления целой переменной X (в двоичном или шестнадцатеричном виде):

X **dw** -1023

3. Написать полную программу на Ассемблере, которая вводит (по **inint**) целое знаковое число X в формате **dd** и выводит (по **outword**) число значащих *чётных* цифр (т.е. '0', '2', '4', '6', '8')в десятичной записи значения числа X. Цифра является значащей, если её удаление меняет величину числа.

4. Написать полную программу на Ассемблере, которая вводит текст до точки и выводит (по **outword**) сумму *нечётных цифр*, расположенных в этом тексте после первой "\*". Считать, что таких цифр не более MaxLongword.

5. Пусть на Паскале дано описание типа массива:

**const** n=5000; **type** MAS=**array**[1..n,1..n] **of** char;

Написать на Ассемблере *процедуру* со стандартными соглашениями о связях, которая получает в качестве параметров адрес массива типа MAS и длину массива N. Процедура должна все символы-*цифры* на главной диагонали этой матрицы заменить на символы "+". Привести пример вызова этой процедуры.

6. Написать макрос с заголовком

First\_1 **macro** X

параметр которого может быть только форматов m8, m16 или m32. Макрос переставляет в начало все 1 (биты со значением единица)   
во внутреннем машинном представлении X, например, для X **=** 10101010b необходимо получить X **=** 11110000b. Макроопределение должно настраиваться на тип параметра..

7. Написать на Ассемблере неголовной модуль, содержащий описание процедуры без параметров с именем Del\_3. Эта процедура должна уменьшать в три раза значение знаковой переменной размером в слово (**dw**) с именем Perem3, описанной в каком-то другом модуле.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Обыкновенные дифференциальные уравнения**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Контрольная работа № 1**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| 1. Решить уравнение и найти особые решения, если они есть:  .  2. Решить задачу Коши:  Решить уравнения:  3. .  4. .  5. . | 1. Решить уравнение и найти особые решения, если они есть:  .  2. Решить задачу Коши:  Решить уравнения:  3. .  4. .  5.. |

**Контрольная работа № 2**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| Найти решения линейных ОДУ и их систем:  1.  2.  3.  4.  5. | Найти решения линейных ОДУ и их систем:  1.  2.  3.  4.  5. |

**Контрольная работа № 3**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| 1. Найти  :  2. Решить систему нелинейных ОДУ  3. Исследовать на устойчивость:  4. Найти *a* и *b*, при которых асимптотически устойчиво нулевое  решение уравнения  5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы | 1. Найти  :  2. Решить систему нелинейных ОДУ  3. Исследовать на устойчивость:  4. Найти *a* и *b*, при которых асимптотически устойчиво нулевое  решение уравнения  5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы |

**Контрольная работа № 4**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| 1. Изобразить эскиз траекторий решений системы в окрестности  положения равновесия системы ОДУ  2. Решить краевую задачу  3. Построить функцию Грина:  4. Решить задачу Коши для ДУ в частных производных 1-го порядка    5. Найти стационарные кривые функционала | 1. Изобразить эскиз траекторий решений системы в окрестности  положения равновесия системы ОДУ  2. Решить краевую задачу  3. Построить функцию Грина:  4. Решить задачу Коши для ДУ в частных производных 1-го порядка    5. Найти стационарные кривые функционала |

**Вопросы к коллоквиуму.**

1. Понятие дифференциального уравнения, примеры. Редукция ОДУ n-го прядка, разрешенного относительно старшей производной, к нормальной системе ОДУ. Определение решения общего ОДУ n-го прядка и его интегральной кривой. Определение решения, интегральной кривой и фазовой траектории нормальной системы ОДУ, примеры.
2. Примеры математических моделей, использующих дифференциальные уравнения: движение материальной точки в пространстве под действием силы, зависящей от времени, положения точки и ее скорости; динамика популяций в рамках модели «хищник-жертва».
3. ОДУ 1 порядка в симметричном виде, определение параметрического решения. Интеграл и общий интеграл, примеры. Уравнения в полных дифференциалах (УПД). Теорема об общем интеграле УПД.
4. Уравнения в полных дифференциалах (УПД). Теорема о необходимом и достаточном условии того, что ОДУ в симметричном виде является УПД.
5. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Теорема о существовании интегрирующего множителя.
6. Лемма Гронуолла-Беллмана.
7. Постановка задачи Коши для ОДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Лемма о редукции этой задачи к интегральному уравнению. Условие Липшица по переменной для скалярной функции . Теорема о единственности решения задачи Коши для ОДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной.
8. Теорема о существовании решения задачи Коши для ОДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной.
9. Постановка задачи Коши для ОДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной, примеры. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для ОДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной. Особое решение ОДУ 1-го порядка, примеры.
10. Постановка задачи Коши для нормальной системы ОДУ. Условие Липшица по переменным для функции . Теорема о единственности решения задачи Коши для нормальной системы ОДУ.
11. Теорема о существовании решения задачи Коши для нормальной системы ОДУ на произвольном отрезке.
12. Постановка задачи Коши для ОДУ n-го порядка, разрешенного относительно старшей производной. Теорема о существовании и единственности решения этой задачи на произвольной отрезке.
13. Постановка задач Коши для линейного ОДУ n-го порядка и линейной системы ОДУ. Теоремы о существовании и единственности решения этих задач на произвольной отрезке.
14. Линейная зависимость и независимость скалярных функций. Определитель Вронского и его свойства. Примеры. Теорема об альтернативе для определителя Вронского для решений однородного линейного ОДУ n-ого порядка.
15. Фундаментальная система решений линейного ОДУ n-ого порядка. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении однородного линейного ОДУ n-ого порядка.
16. Теорема об общем решении неоднородного линейного ОДУ n-ого порядка. Метод вариации постоянных.
17. Теорема о построении ФСР однородного линейного ОДУ n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Пример построения однородного линейного ОДУ с постоянными коэффициентами по заданным решениям.
18. Теорема о единственности однородного линейного ОДУ n-ого порядка, имеющего заданную ФСР.
19. Теорема о построении однородного линейного ОДУ n-ого порядка, имеющего заданный набор решений, пример. Формула Остроградского-Лиувилля.
20. Линейная зависимость и независимость векторных функций. Определитель Вронского и его свойства. Примеры. Теорема об альтернативе для определителя Вронского для решений однородной линейной системы ОДУ.
21. Фундаментальная система решений однородной линейной системы ОДУ. Фундаментальная матрица. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении однородной линейной системы ОДУ.
22. Теорема об общем решении неоднородной линейной системы ОДУ. Матрицант. Теорема о частном решении неоднородной линейной системы ОДУ (метод вариации постоянных).
23. Теорема о построении ФСР однородной линейной системы ОДУ n-ого порядка с постоянными коэффициентами в случае существования n линейно независимых собственных векторов матрицы системы.
24. Теорема о построении ФСР однородной линейной системы ОДУ n-ого порядка с постоянными коэффициентами в случае отсутствия n линейно независимых собственных векторов матрицы системы.

**Билет для коллоквиума** содержит 4 вопроса, например:

1. Сформулировать и доказать теорему о необходимом и достаточном условии того, что обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка в симметричном виде является уравнением в полных дифференциалах.
2. Сформулировать теорему об альтернативе для определителя Вронского для решений линейной однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Сформулировать постановку задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка, разрешенного относительно старшей производной.
4. Функции , ,  являются решениями линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка . Исследовать их на линейную зависимость на отрезке  и объяснить результат.

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Зачетная работа**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| Решить уравнения  1.  2.  3.  4.  5.  6.  Решить системы уравнений  7.  8. | Решить уравнения  1.  2.  3.  4.  5.  6.  Решить системы уравнений  7.  8. |

**Вопросы к экзамену**

1. Понятие дифференциального уравнения, примеры. Редукция ОДУ n-го прядка, разрешенного относительно старшей производной, к нормальной системе ОДУ. Определение решения общего ОДУ n-го прядка и его интегральной кривой. Определение решения, интегральной кривой и фазовой траектории нормальной системы ОДУ, примеры.
2. Примеры математических моделей, использующих дифференциальные уравнения: движение материальной точки в пространстве под действием силы, зависящей от времени, положения точки и ее скорости; динамика популяций в рамках модели «хищник-жертва».
3. ОДУ 1 порядка в симметричном виде, определение параметрического решения. Интеграл и общий интеграл, примеры. Уравнения в полных дифференциалах (УПД). Теорема об общем интеграле УПД.
4. Уравнения в полных дифференциалах (УПД). Теорема о необходимом и достаточном условии того, что ОДУ в симметричном виде является УПД.
5. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Теорема о существовании интегрирующего множителя.
6. Лемма Гронуолла-Беллмана. Условие Липшица для скалярной функции от 1-й переменной. Примеры, иллюстрирующие соотношения между множествами липшицевых, непрерывных и дифференцируемых функций; поведение липшицевых функций на бесконечности.
7. Постановка задачи Коши для ОДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Лемма о редукции этой задачи к интегральному уравнению. Условие Липшица по переменной для скалярной функции . Теорема о единственности решения задачи Коши для ОДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной.
8. Теорема о существовании решения задачи Коши для ОДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной.
9. Постановка задачи Коши для ОДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной, примеры. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для ОДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной. Особое решение ОДУ 1-го порядка, примеры.
10. Постановка задачи Коши для нормальной системы ОДУ. Условие Липшица по переменным для функции . Теорема о единственности решения задачи Коши для нормальной системы ОДУ.
11. Теорема о существовании решения задачи Коши для нормальной системы ОДУ на произвольном отрезке.
12. Постановка задачи Коши для ОДУ n-го порядка, разрешенного относительно старшей производной. Теорема о существовании и единственности решения этой задачи на произвольной отрезке.
13. Постановка задач Коши для линейного ОДУ n-го порядка и линейной системы ОДУ. Теоремы о существовании и единственности решения этих задач на произвольной отрезке.
14. Линейная зависимость и независимость скалярных функций. Определитель Вронского и его свойства. Примеры. Теорема об альтернативе для определителя Вронского для решений однородного линейного ОДУ n-ого порядка.
15. Фундаментальная система решений линейного ОДУ n-ого порядка. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении однородного линейного ОДУ n-ого порядка.
16. Теорема об общем решении неоднородного линейного ОДУ n-ого порядка. Метод вариации постоянных.
17. Теорема о построении ФСР однородного линейного ОДУ n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Пример построения однородного линейного ОДУ с постоянными коэффициентами по заданным решениям.
18. Теорема о единственности однородного линейного ОДУ n-ого порядка, имеющего заданную ФСР.
19. Теорема о построении однородного линейного ОДУ n-ого порядка, имеющего заданный набор решений, пример. Формула Остроградского-Лиувилля.
20. Линейная зависимость и независимость векторных функций. Определитель Вронского и его свойства. Примеры. Теорема об альтернативе для определителя Вронского для решений однородной линейной системы ОДУ.
21. Фундаментальная система решений однородной линейной системы ОДУ. Фундаментальная матрица. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении однородной линейной системы ОДУ.
22. Теорема об общем решении неоднородной линейной системы ОДУ. Матрицант. Теорема о частном решении неоднородной линейной системы ОДУ (метод вариации постоянных).
23. Теорема о построении ФСР однородной линейной системы ОДУ n-ого порядка с постоянными коэффициентами в случае существования n линейно независимых собственных векторов матрицы системы. Обоснование возможности перехода к действительнозначной ФСР в случае вещественной матрицы системы.
24. Теорема о построении ФСР однородной линейной системы ОДУ n-ого порядка с постоянными коэффициентами в случае отсутствия n линейно независимых собственных векторов матрицы системы.
25. Теорема о зависимости от правой части и начального условия решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной. Теорема о непрерывной зависимости от параметра решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной.
26. Теорема сравнения решений задач Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной (неравенство Чаплыгина).
27. Теорема о дифференцируемости по параметру решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной. Метод малого параметра.
28. Основные понятия теории устойчивости, примеры. Редукция общей задачи к задаче для нулевого решения.
29. Лемма об устойчивости нулевого решения однородной линейной системы.
30. Теорема об устойчивости нулевого решения однородной линейной системы ОДУ с постоянными коэффициентами. Теорема об устойчивости по первому приближению (первый метод Ляпунова, только формулировка).
31. Положительно определенные функции и их свойства, примеры. Функция Ляпунова для нормальной системы ОДУ.
32. Теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости нулевого решения нормальной системы ОДУ (второй метод Ляпунова). Пример.
33. Теорема Четаева о неустойчивости нулевого решения нормальной системы ОДУ. Пример.
34. Точки покоя (положения равновесия) нормальной автономной системы ОДУ. Классификация точек покоя (с эскизами фазовых траекторий и обоснованием эскиза узла) линейной однородной системы ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами и невырожденной матрицей. Грубые точки покоя, поведение фазовых траекторий нормальной автономной системы ОДУ 2-го порядка в окрестности грубой точки покоя.
35. Постановка краевой задачи для линейного ОДУ 2-го порядка, редукция к дивергентному виду и однородным краевым условиям. Тождество Лагранжа, формула Грина, следствия из них.
36. Определение функции Грина краевой задачи для линейного ОДУ 2-го порядка, теорема о существовании и единственности функции Грина.
37. Теорема о представлении решения краевой задачи для линейного ОДУ 2-го порядка через функцию Грина.
38. Задача Штурма-Лиувилля, теоремы о свойствах собственных значений и собственных функций. Теорема Стеклова (только формулировка).
39. Первые интегралы (ПИ) нормальной системы ОДУ, лемма о производной в силу системы. Геометрический смысл ПИ, теорема о представлении решения задачи Коши для нормальной системы ОДУ с помощью функционально независимых ПИ.
40. Линейное однородное уравнение в частных производных (УЧП) 1-го порядка и соответствующая ему система характеристик. Теорема о связи между решениями линейного однородного УЧП 1-го порядка и первыми интегралами системы характеристик. Теорема об общем решении линейного однородного УЧП 1-го порядка.
41. Квазилинейное неоднородное УЧП 1-го порядка и соответствующая ему система характеристик Теорема о связи между решениями квазилинейного неоднородного УЧП 1-го порядка и первыми интегралами системы характеристик.
42. Квазилинейное неоднородное УЧП 1-го порядка и соответствующая ему система характеристик. Теорема о геометрическом смысле квазилинейного УЧП 1-го порядка.
43. Определение функционала, локального экстремума функционала, допустимой вариации функции, вариации функционала. Теорема о необходимом условии экстремума функционала.
44. Основная лемма вариационного исчисления. Теорема о необходимом условии экстремума функционала вида , уравнение Эйлера.
45. Основная лемма вариационного исчисления. Теорема о необходимом условии экстремума функционала вида .
46. Основная лемма вариационного исчисления в двумерном случае. Теорема о необходимом условии экстремума для функционала вида .
47. Вариационная задача на условный экстремум, теорема о необходимом условии экстремума в этой задаче.
48. Вариационное свойство собственных функций и собственных значений задачи Штурма-Лиувилля.

**Типовые задачи для экзамена**.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Найти  :  2. Решить систему нелинейных ОДУ  3. Исследовать на устойчивость:  4. Найти *a* и *b*, при которых асимптотически устойчиво нулевое решение уравнения  5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы    6. Изобразить эскиз траекторий решений системы в окрестности положения равновесия системы ОДУ  7. Решить краевую задачу  8. Построить функцию Грина:  9. Решить задачу Коши для ДУ в частных производных 1-го порядка  10. Найти стационарные кривые функционала |  |

**Экзаменационный билет** состоит из двух вопросов и задачи, например

1. Теорема об общем решении неоднородной линейной системы ОДУ. Матрицант. Теорема о частном решении неоднородной линейной системы ОДУ (метод вариации постоянных).

2. Теорема о дифференцируемости по параметру решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной. Метод малого параметра.

1. Построить функцию Грина: 

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Теория вероятностей и математическая статистика**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Контрольная работа № 1**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| 1. Несколько раз бросается игральная кость. Какое событие  более вероятно: {сумма выпавших очков четна} или {сумма  выпавших очков нечетна}?  2. Двое условились о встрече между 10 и 11 часами утра, причем  договорились ждать друг друга не более 10 минут. Считая, что  момент прихода на встречу выбирается каждым «наудачу» в  пределах указанного часа, найти вероятность того, что встреча  состоится.  3. Имеются три урны с белыми и черными шарами, причем отношение числа белых шаров к числу черных равно p1,p2,p3 для 1-й, 2-й,  3-й урн соответственно. Наудачу (с вероятностью 1/3) выбирается  урна и из нее шар. Какова вероятность того, что он белый?  4. Случайная величина X имеет функцию распределения F(x). Найти  функцию распределения случайной величины 0.5(X+|X|). | 1. Сорок участников турнира разбиваются на четыре равные группы.  Найти вероятность того, что четыре сильнейших участника окажутся в разных группах.  2. На отрезок наудачу бросают три точки, одну за другой. Какова  вероятность того, что третья по счету точка упадет между двумя  первыми?  3. Два стрелка стреляют по мишени. Один из них попадает в цель в  среднем в 5 случаях, а второй — в 8 случаях из 10. Перед выстрелом  они бросают правильную монету для определения очередности.  Посторонний наблюдатель знает условия стрельбы, но не знает, кто в  данный момент стреляет. Вот он видит, что стрелок попал в цель.  Какова вероятность того, что стрелял первый стрелок?  4. Пусть X и Y - независимые случайные величины с  непрерывными функциями распределения F(x) и G(x)  соответственно. Найти функцию распределения произведения  XY. |

**Контрольная работа № 2**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| 1. Пусть X и Y-- независимые случайные величины,  причем X+Y принимает значения 0, 1, 2 с вероятностями 1/3  каждое. Доказать, что одна из величин X или Y имеет  вырожденное распределение.  2. Найти распределение, которому соответствует характеристическая функция exp(-|t|).  3. Пусть X1,X2,… - Последовательность независимых случайных величин, причем Xn принимает значения -n,0 и n с вероятностями 1/(2n^2),1-1/n^2,1/(2n^2) соответственно. Применим ли к этой последовательности закон больших чисел.  4. Найти приближенное значение для вероятности того, что число успехов в 100 испытаниях Бернулли с вероятностью успеха 0,5 лежит в интервале (35,65). | 1. Доказать,что функция f(z)=|z| не является производящей функцией вероятностного распределения.  2. Найти распределение, которому соответствует характеристическая функция 1/(1+t^2).  3. Пусть X1,X2,… - Последовательность независимых случайных величин, причем Xn принимает значения 2^(-n) и 2^(n) с вероятностями 1/2 Применим ли к этой последовательности закон больших чисел.  4. . Найти приближенное значение для вероятности того, что число успехов в 100 испытаниях Бернулли с вероятностью успеха 0,5 лежит в интервале (47,53). |

**Контрольная работа № 3**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| 1. Пусть  независимы и имеют нормальное распределение  Доказать, что  эффективная оценка функции  2. Пусть  независимы и имеют равномерное распределение на отрезке  Найти оценку методом моментов для  и  по первым двум моментам.  3. Пусть  независимы и    Найти одномерную достаточную статистику.  4. Пусть  независимы и распределены с плотностью  Найти оценку максимального правдоподобия для | 1. Пусть  независимы и имеют гамма-распределение  Доказать, что  является эффективной оценкой  2. Пусть  независимы и имеют гамма-распределение Найти оценку методом моментов для  и  по первым двум моментам.  3. Пусть  независимы и    Найти двумерную достаточную статистику.  4. Пусть  независимы и имеют нормальное распределение Найти оценку максимального правдоподобия для |

**Контрольная работа № 4**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| 1. Пусть  независимы и имеют равномерное распределение на отрезке  Построить кратчайший доверительный интервал для  с коэффициентом доверия  основанный на центральной статистике  2. Пусть  независимы и имеют распределение Пуассона  Построить центральный доверительный интервал с коэффициентом доверия  используя точечную оценку  3. Пусть  независимы и имеют плотность распределения    Построить наиболее мощный критерий размера  для проверки гипотезы  при альтернативе  Найти мощность критерия. | 1. Пусть  независимы и имеют нормальное распределение  Построить кратчайший доверительный интервал для  с коэффициентом доверия  основанный на центральной статистике  2. Пусть  независимы и имеют нормальное распределение с параметрами m и 1. Построить центральный доверительный интервал для m с коэффициентом доверия  используя точечную оценку  3. Пусть  независимы и имеют биномиальное распределение  Построить равномерно наиболее мощный критерий размера  для проверки гипотезы  при альтернативе  Найти функцию мощности. |

**Вопросы для индивидуального собеседования на устном экзамене.**

1. Вероятностное пространство. Операции над событиями. Свойства вероятности. Условная вероятность. Независимость событий. Критерий независимости. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
2. Прямое произведение вероятностных пространств. Независимые испытания Бернулли.
3. Случайная величина. Порожденное и индуцированное вероятностные пространства.
4. Функция распределения, ее свойства. Дискретные, сингулярные и абсолютно непрерывные функции распределения и случайные величины. Плотность распределения.
5. Теорема Лебега о разложении функции распределения.
6. Моменты случайных величин. Их свойства.
7. Совокупности случайных величин. Совместная функция распределения. Независимость случайных величин. Критерии независимости.
8. Виды сходимости последовательностей случайных величин.
9. Неравенства Маркова и Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева.
10. Лемма Бореля-Кантелли. Неравенство Колмогорова.
11. Усиленный закон больших чисел в форме Колмогорова. Усиленный закон больших чисел для независимых одинаково распределенных случайных величин.
12. Характеристические функции и их свойства.
13. Закон больших чисел в форме Хинчина. Центральная предельная теорема.
14. Условное математическое ожидание.
15. Статистическая структура. Выборка. Статистика. Порядковые статистики. Вариационный ряд. Выборочные моменты и выборочная функция распределения. Их свойства.
16. Точечная оценка. Несмещенность, состоятельность, оптимальность. Теорема о единственности оптимальной оценки.
17. Функция правдоподобия. Достаточные статистики, полные статистики. Теорема факторизации.
18. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки.
19. Теорема Рао-Блекуэлла-Колмогорова. Оптимальность оценок являющихся функцией полной достаточной статистики.
20. Метод моментов. Свойства оценок, полученных методом моментов.
21. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия.
22. Доверительные интервалы. Методы центральной статистики и использования точечной оценки.
23. Проверка гипотез. Лемма Неймана-Пирсона.
24. Критерии согласия Колмогорова и -квадрат.

**Экзаменационный билет** состоит из двух вопросов и задачи, например

1. Случайная величина. Порожденное и индуцированное вероятностные пространства. Функция распределения, ее свойства.

2. Функция правдоподобия. Достаточные статистики, полные статистики. Теорема факторизации.

3. Пусть  имеет биномиальное распределение  Найти оценку максимального правдоподобия для 

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Введение в численные методы**

**Вопросы к экзамену**

1. Прямые методы решения СЛАУ. Метод Гаусса.
2. Трехдиагональные системы линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки.
3. Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности.
4. Одношаговые итерационные методы решения системы линейных алгебраических уравнений. Достаточные условия сходимости.
5. Метод простой итерации.
6. Метод Зейделя.
7. Метод верхней релаксации.
8. Интерполирование полиномами. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона.
9. Погрешность интерполяционного полинома.
10. Интерполирование с кратными узлами. Полиномы Эрмита
11. Интерполирование сплайнами.
12. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций.
13. Квадратурные формулы Симпсона.
14. Квадратурные формулы Гаусса.
15. Сеточные функции. Разностная аппроксимация первой и второй производной.
16. Метод Эйлера.
17. Метод Рунге-Кута.
18. Метод Адамса.
19. Сетки, сеточные функции. Аппроксимация первой и второй производной.
20. Разностная аппроксимация краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка.

**Типовые задачи для экзамена**

|  |
| --- |
| 1. Рассмотреть задачу Коши    Сделать для нее один шаг по методу Рунге-Кутта с при .  Сравнить результат с точным решением.  2. Найти число обусловленности матрицы . |

**Экзаменационный билет** состоит из одного вопроса и задачи, например

1. Одношаговые итерационные методы решения системы линейных алгебраических уравнений. Достаточные условия сходимости**.**

2. Дана система уравнений

2x + y = 4

x + y = 3:

Записать метод простой итерации и указать, при каких значениях итерационного параметра он сходится.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Алгоритмы и алгоритмические языки**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Коллоквиум**

**1**. Пусть определены следующие переменные:

**int** x = 2, y = 4, z = 6;

**short** n = 0x7FFF; **unsigned** **short** m = 0x7FFFU;

**struct** S { **struct** P { **int** x, y; } p; **struct** S \*n; } s = { { -10, -20 },   
&s };

**unsigned** **int** a[10] = { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 };

**unsigned** **int** \*p, \*\*pp;

Для каждого из  **8** отдельных независимых выражений указать ***его значение*** и ***побочные эффекты*** (если они есть) либо “ошибка”, если выражение ошибочно.

1) x | y ^ z

2) n + 4

3) m <<= 1

4) s.p.x = x + s.n->p.y

5) \*(a + 4 \* x)

6) p = a + 1, \*\*(pp = &p)

7) \*pp = &a[2], \*(\*pp + y + a[2])

8) p = a + a[3], s.p.y = ++p - a

***УКАЗАНИЕ.***

*В задачах 2-4 определите все необходимые переменные и типы.*

*Считайте, что вызовы функций выделения памяти всегда заканчиваются успешно.*

**2.** Напишите функцию, принимающую единственный параметр – массив строк (указателей типа **char \***). Последний элемент массива содержит нулевой указатель. Функция должна возвратить указатель на размещенный в динамической памяти массив структур, в которых первое поле есть указатель на копию одной из входных строк, а второе поле – количество раз, которое данная строка встречалась во входном массиве (с учетом регистра символов). Одинаковые строки (с учетом регистра символов) должны содержаться в выходном массиве только в одном экземпляре, поле с указателем может указывать на любую из них. Выходной массив должен быть отсортирован сначала по убыванию по второму полю, а затем в лексикографическом порядке по первому полю.

**3.** Напишите функцию, которая удаляет из односвязного списка все элементы с нечетными номерами. Порядок следования всех остальных элементов должен остаться неизменным. Память, занятая удаляемыми элементами списка, должна быть освобождена с помощью вызова функции free. Считайте, что заголовочного элемента в списке нет и элементы списка нумеруются с 1. Ваша функция должна соответствовать прототипу

**void** remove\_odd (struct list \*\*);

где struct list описывает элемент списка с целочисленным ключом.

**4.** Напишите функцию, принимающую три параметра – массив целых чисел, его длину и указатель на целое число. Элементы массива образуют (возможно пустое) двоичное дерево (для элемента a[i] его детьми в двоичном дереве являются элементы a[2\*i+1] и a[2\*i+2], элемент a[0] – корень дерева). Функция должна возвратить указатель на построенное в динамической памяти (в виде рекурсивной ссылочной структуры) двоичное дерево, в котором для каждого узла детьми являются те же числа, что и во входном массиве (или нулевой указатель для пустого дерева). По указателю, который является третьим параметром, необходимо записать 1, если построенное дерево является двоичным деревом поиска, и 0 в противном случае.

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

## 

## Вариант письменного экзамена по курсу

**1**. Составьте диаграмму машины Тьюринга (МТ), которая в непустом входном слове над алфавитом А3={*0*, *1*, *2*} меняет местами символы в паре подряд стоящих символов (например, входное слово 02121 преобразуется в слово 20211). Пары символов отсчитываются от левого края (первого символа) слова. Лента МТ бесконечна только справа. В начальном состоянии головка МТ обозревает пустую ячейку сразу после входного слова, в конечном состоянии – пустую ячейку сразу после выходного слова. Можно предполагать, что слева от входного слова на ленте есть одна пустая ячейка. При построении можно использовать элементарные машины *l, r, L, R, символ* (сдвиг головки на одну ячейку влево/вправо, сдвиг головки на одно слово влево/вправо, запись символа в ячейку, соответственно).

**2.** Дано описание:

**struct** list {**int** key; **struct** list \*next;};

Напишите функцию

**void** move\_elts\_keys (**struct** list \*\*src, **struct** list \*\*dst),

которая переносит из односвязного списка src в односвязный список dst все элементы с чётными ключами, удаляя их при этом из исходного списка. Перенесенные элементы должны добавляться в начало списка dst в произвольном порядке. Относительный порядок изначальных элементов обоих списков должен остаться неизменным. Считайте, что заголовочного элемента в обоих списках нет, списки могут быть пустыми.

**3.** Пусть **int** x = 42; **int** y = -105;

Для каждого из  **6** отдельных независимых выражений указать ***его значение*** и ***побочные эффекты*** (если они есть) либо “ошибка”, если выражение ошибочно.

1) y %= x / 5

2) x ^ ~y & 65

3) y <<= (--x || --y)

4) (y = 1) && (y = 2)

5) x++ + --y

6) x += y, y = x - y, x -= y

**4.** Что будет напечатано при выполнении программы:

**#include** <stdio.h>

**int** x = 2, y = 1;

**int** a[3] = { 1, 2 };

**int** f (**int** x, **int** \*\*p) {

**static** **int** c = 2;

**if** (c--)

\*\*p += x;

**else**

++x;

**return** (\*p)++ - a - x;

}

**int** main (**void**) {

**int** x = y, c = 0; **int** \*p;

p = &a[x];

**for** (**int** y = 2; y >= c; --y, ++x)

c = f (y, &p);

printf ("%d %d %d %d %d\n", a[0], a[1], a[2], x, y);

**return** 0;

}

**5.** Перепишите приведенный фрагмент программы с использованием единственного оператора **switch** (дополнительные условные операторы использовать запрещено):

**if** (i == -1)

j = i;

**else** **if** (3 >= i && i >= 1)

j = 10 - i;

**else**

abort ();

**6.** С использованием единственного цикла **for** напишите фрагмент программы, который для массива **int** a[N] формирует в переменной pairs количество пар соседних элементов, имеющих разную четность. Другие операторы циклов и операторы перехода использовать запрещено.

**7.** Напишите функцию

**int** scalar (**void**),

которая считывает со стандартного потока ввода непустую последовательность целых чисел, заканчивающуюся нулем (нуль не входит в последовательность, количество ненулевых элементов четно, элементы нумеруются с 1). Функция возвращает значение скалярного произведения двух векторов, составленных из элементов последовательности: первый вектор – из элементов с нечетными номерами, второй вектор – из элементов с четными номерами. В решении можно использовать не более одного оператора цикла. Запрещается использовать операторы перехода.

**8.** Напишите функцию

**void** erase (**char** \*s, **const char** \*w),

на вход которой дается строка ***s*** и слово ***w***. Слово – непустая строка из латинских букв. Строка ***s*** представляет собой последовательность слов, разделенных одним пробелом. Перед первым словом и после последнего пробелов нет. Функция должна удалить из строки ***s*** все слова, в которые слово ***w*** входит как подстрока. Относительный порядок всех остальных слов должен остаться неизменным. Измененная таким образом строка ***s*** должна удовлетворять всем тем же ограничениям, что и входная. Память под все временные массивы должна выделяться динамически и освобождаться в конце работы функции.

**9.** Дано описание:

**struct** avltree {**int** x; **struct** avltree \*left, \*right;};  
Напишите функцию

**struct** avltree \*build (**int** h),

которая строит АВЛ-дерево заданной высоты ***h***, содержащее минимальное количество узлов ***n*** из всех АВЛ-деревьев с этой высотой. Значения ключей в элементах АВЛ-дерева должны быть от 1 до ***n***.

**10.** Нарисуйте дерево цифрового поиска для алфавита **{*В*, *М*, *И*, *К*},** которое содержит следующие ключи: ***КИМ, МИКИ, ВИМ, ИМ, ИК, ВК, МИМ, ВМК, В, МИ, ВМИК, МИМИ.***

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Архитектура ЭВМ и язык ассемблера**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Типовой вариант коллоквиума**

**1.** Секция .data была размещена в памяти, начиная с базового адреса 0x0804a024. Выпишите значение регистра EAX и флагов после выполнения указанных команд.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| section .data  a dd b  b dd a | section .text  mov eax, 0xFF00  add ah, 0xCD ; (1)  movsx eax, word [a+3] ; (2) | Ответ:  (1) EAX = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  CF = \_\_, OF = \_\_, ZF = \_\_, SF = \_\_  (2) EAX = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

**2.** По данному фрагменту ассемблерного кода восстановите объявления глобальных Си-переменных и выражение-оператор.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| mov eax, dword [a]  cdq  idiv dword [t]  mov dword [a], edx | mov ecx, dword [i]  shr dword [z], cl | moval, byte [s]  cmp byte [q], al  setl al  mov byte [m], al |
| \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

**3.** Для данного фрагмента ассемблерного кода восстановите пропуски в соответствующем коде на языке Си.

|  |  |
| --- | --- |
| mov edx, dword [a]  mov eax, dword [c]  lea eax, [eax+edx\*8]  mov edx, dword [p1]  add eax, eax  add eax, dword [b]  movsx edx, word [edx]  mov dword [gg+eax\*4], edx | // объявление переменных  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ gg[5][\_\_][\_\_];  inta, b, c;  // выражение-оператор  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_; |

**4.** Для данного фрагмента ассемблерного кода восстановите пропуски в соответствующем коде на языке Си.

|  |  |
| --- | --- |
| xor eax, eax  xor ebx, ebx  .L3:  mov ecx, dword[b+eax\*4]  mov edx, dword [a+eax\*4]  sub edx, ecx  cmp dword [a+eax\*4], ecx  cmovl edx, ebx  mov dword[c+eax\*4], edx  inc eax  cmp eax, 1024  jne .L3 | #define N 1024  static int a[N], b[N], c[N];  for (\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_) {  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;  } |

**5.** Для данного фрагмента Си-кода приведите соответствующий ассемблерный код, причем значение вычисляемого булевского выражения после выполнения оператора должно оказаться в регистре EAX.

|  |
| --- |
| static int \*p1, \*p2;  static int diff;  p1 && p2 && (diff = p1 – p2++); |

**Типовой вариант коллоквиума №2**

**1.** Реализуйте заданную функцию на языке ассемблера для платформы IA-32/Linux.   
**Дополнительные требования**: (1) при вызове функций сохраняйте выравненность стека по 16 байтной границе, (2) код должен отражать особенности компиляции с ключом -fomit-frame-pointer.

typedef struct link link;

struct link {

long data;

link \*next;

};

typedef \_\_attribute\_\_((fastcall)) \_Bool (\*comparator)(long, long);

link\* first(link\* p, comparator fp, long data) {

if ((0 == p) || fp(p->data, data)) {

return p;

} else {

return first(p->next, fp, data);

}

}

**2.** Для приведенного Си-кода компилятор построил следующий ассемблерный код (платформа IA-32/Linux).

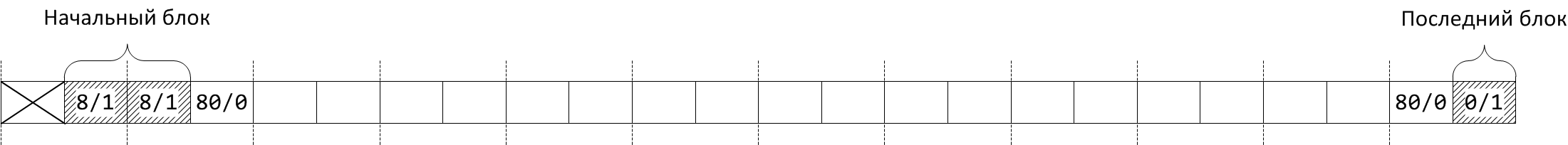
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| #include <stdio.h>  typedef unsigned int uint32\_t;  typedef uint32\_t Elf32\_Word;  typedef uint32\_t Elf32\_Addr;  typedef struct {  Elf32\_Addr r\_offset;  Elf32\_Word r\_info;  } Elf32\_Rel;  unsigned rel\_type(FILE\* fd) {  Elf32\_Rel rel;  fread(&rel, sizeof(rel), 1, fd);  return (rel.r\_info) & 0xff;  }  порядок байт в dword  направление роста адресов | | | | | | rel\_type:  push ebp  mov ebp, esp  sub esp, 24  mov eax, dword [gs:20]  mov dword [ebp-12], eax  xor eax, eax  lea eax, [ebp-20]  push dword [ebp+8]  push dword 1  push dword 8  push eax  call fread  mov edx, dword [ebp-12]  xor edx, dword[gs:20]  movzx eax, byte [ebp-16]  je .L2  call \_\_stack\_chk\_fail  .L2:  leave  ret |
| 0 | 1 | 2 | 3  Нарисуйте устройство фрейма функцииrel\_type:  **(1)** где были размещены сохраненные регистры,  **(2)** автоматические локальные переменные,  **(3)** пространство аргументов вызываемых функций,  **(4)** «канарейку» (если использовалась),  **(5)** неиспользуемые элементы стека. |
| адрес возврата | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |

**3.** Используется 8-ти битный формат, удовлетворяющий требованиям стандарта IEEE 754: знаковый бит, 3 бита – порядок, 4 бита - мантисса. Приведите битовое представление следующих чисел

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Наименьшее денормализованное | Месяц Вашего рождения | Следующий за ним месяц |
|  |  |  |

Для месяца рождения – укажите его номер (от 1 до 12) в десятичной кодировке: \_\_\_\_\_

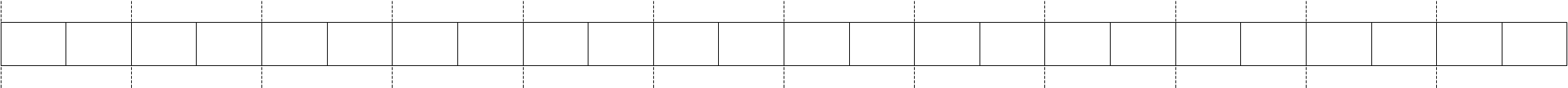
**4.** Модельный менеджер памяти управляет кучей из 24 четырехбайтных машинных слов. Для отслеживания свободных блоков используется неявный список. Начальное состояние кучи показано на рисунке ниже. Свободный блок белого цвета, занятые блоки заштрихованы, неиспользуемая из-за выравнивания память перечеркнута. Начальный и последний блок – служебные, для пользователя они недоступны. Байтовый размер блока хранится в заголовке и граничном теге. В выделенных блоках, за исключением начального блока, граничный тег не используется. Предоставляемая пользователю память выравнивается по 8-ми байтной границе (на рисунке обозначено засечками). Поиск свободного блока начинается с текущей позиции в списке, выбирается первый подходящий. При расщеплении используется первая часть блока, вторая часть – текущая позиция. Слияние проводится незамедлительно.



После выполнения шести обращений к менеджеру динамической памяти  
**А)** запишите значения тегов и **Б)** рассчитайте пиковое использование памяти U6:

U6 = \_\_\_

p1 = malloc(14); p2 = malloc(22); p3 = malloc(8); free(p1); p4 = malloc(4); free(p2);



**5.** Си-программа состоит из двух модулей: t5-1.c и t5-2.c. В результате компоновки: у модуля t5-1 секция .rodata оказалась по адресу 0x080484d0, секция .data по адресу 0x0804a020; у модуля t5-2 секция .textразместилась по адресу 0x0804842b. Символ strcpy@plt исполняемого файла помещен на адрес 0x80484b0. Определите значения указанных ссылок в исполняемом файле после перебазирования.

// t5-1.c

extern void transfer();

char \*rmi[3] = { "MC Solaar",

"3ème Oeil",

"Carré Rouge"};

char \*rsa[3];

int main(void) {

transfer();

}

t5-1.o: file format elf32-i386

RELOCATION RECORDS FOR [.data]:

OFFSET TYPE VALUE

00000000 R\_386\_32 .rodata

00000004 R\_386\_32 .rodata

00000008 R\_386\_32 .rodata

Contents of section .data:

0000 00000000 **0a000000** 15000000 ............

// t5-2.c

#include <string.h>

extern char\* rmi[];

extern char\* rsa[];

void transfer(int pauvre) {

strcpy(rsa[pauvre], rmi[pauvre]);

}

t5-2.o: file format elf32-i386

Disassembly of section .text:

00000000 <transfer>:

0: 55 push ebp

1: 89 e5 mov ebp,esp

3: 83 ec 10 sub esp,0x10

6: 8b 45 08 mov eax,DWORD PTR [ebp+0x8]

9: ff 34 85 **00 00 00 00** push DWORD PTR [eax\*4+0x0]

**c: R\_386\_32 rmi**

10: ff 34 85 00 00 00 00 push DWORD PTR [eax\*4+0x0]

13: R\_386\_32 rsa

17: e8 **fc ff ff ff** call 18 <transfer+0x18>

**18: R\_386\_PC32 strcpy**

1c: 83 c4 10 add esp,0x10

1f: c9 leave

20: c3 ret

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Модуль | Секция | Смещение ссылки | **Новое значение** |
| t5-1 | .data | 0x4 |  |
| t5-2 | .text | 0xс |  |
| t5-2 | .text | 0x18 |  |

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

## Программа экзамена по курсу

Шестнадцатеричная система счисления. Знаковые числа, дополнительный код. Арифметические операции. Флаги: CF, SF, OF и ZF.

Архитектура IA-32: основные регистры, форматы команд. Порядок байт в памяти. Машинные типы данных: байт, слово, двойное слово, четверное слово. Аппаратный стек.

Инструкции в IA-32/nasm: пересылки, в том числе условные, арифметические, логические, битовые, сдвиги и вращения, передачи управления.

Отображение операторов разыменование указателя и взятия адреса из языка Си в язык ассемблера. Размещение различных типов переменных языка Си в памяти компьютера. Работа с указателями. Адресная арифметика.

Массивы: одномерные, многомерные, многоуровневые. Расположение в памяти, способы работы с отдельными элементами. Преобразование индексных выражений в адресную арифметику.

Реализация классов памяти языка Си на уровне языка ассемблера, размещение переменных: глобальных, статических, автоматических. Приведение типов данных. Работа со знаковыми и беззнаковыми числами.

Передача управления. Условные и безусловные переходы. Связь регистра EFLAGS и мнемонических кодов условий. Реализация управляющих операторов языка Си на языке ассемблера.

Организация работы со структурами и объединениями языка Си на уровне языка ассемблера. Доступ к полям. Выравнивание данных в ОС Windows и Linux. Размер агрегатных типов данных.

Соглашение о вызове функций cdecl. Распределение памяти во фрейме функции. Возвращаемое значение в соглашении cdecl. Функции с переменным числом параметров.

Соглашение вызова stdcall, fastcall, реализация вызова функции без использования указателя фрейма, гибридное соглашение вызова.

Выравнивание фреймов в стеке. Организация вызова функций стандартной библиотеки языка Си из ассемблерного кода.

Управление динамической памятью. Пропускная способность и эффективность расходования. Внутренняя и внешняя фрагментация. Управление свободными блоками: неявный список.

Представление чисел с плавающей точкой. Стандарт IEEE 754. Свойства чисел с плавающей точкой. Операции над числами с плавающей точкой. Округление чисел.

Сопроцессор FPU x87. Аппаратный стек регистров. Организация работы с числами с плавающей точкой в языке Си: пересылка данных, основные арифметические операции.

Устройство современного компьютера, запоминающие устройства: организация, емкость. Соотношение временных характеристик доступа на разных уровнях иерархической памяти компьютера.

Кэш-память процессора, способы ее организации: кэш прямого отображения, N-канальный множественно-ассоциативный кэш, полностью ассоциативный кэш.

Организация виртуальной памяти, страничная трансляция адреса. Буфер быстрого преобразования адреса (TLB).

Многомодульные программы. Глобальные, локальные, внешние имена. Сильные и слабые символы, COMMON-символы.

Объектные файлы формата ELF. Статическая компоновка программы: разрешение символов, перемещение кода, модификация символов и ссылок.

Загрузка исполняемого файла в память. Динамическая компоновка, разделяемые библиотеки. Позиционно независимый код. Глобальная таблица смещений. Ленивое связывание в динамической компоновке. Динамическая загрузка.

## 

## Вариант письменного экзамена по курсу

**1.** После выполнения последовательности команд в регистре-аккумуляторе было получено некоторое значение. Выпишите восстановленное содержимое ячеек памяти согласно заданной директиве. Если часть значения не может быть восстановлена, запишите вместо соответствующих шестнадцатеричных цифр символы ‘**?**’.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **a dd \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**  mov eax, dword [a]  shl eax, 8  ; EAX = 0xae191700 | **b dw \_\_\_\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_\_\_\_\_**  mov eax, dword [b]  ror eax, 8  or ax, 0x0f0f  ; EAX = 0xf4c01fcf | **c dw \_\_\_\_\_\_\_\_**  movsx ax, byte [c + 1]  cmp ah, byte [c]  setbe ah  ; AX = 0x01c3 |

**2.** Реализуйте приведенный Си-код, включая объявления переменных.

static int i;

static short \*a[10];

...

a[i++][5] \*= -1;

**3.** Для данного фрагмента ассемблерного кода восстановите соответствующий код на языке Си.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| section .rodata  .L6:  dd .L1  dd .L2  dd .L3  dd .L4  dd .L1  dd .L4 | mov ecx, dword [x]  cmp ecx, 5  ja .L1  jmp [.L6+ecx\*4]  .L1:  mov eax, 107  add eax, dword [a + 12]  jmp .L5  .L2:  mov eax, 99  .L3:  add eax, dword [a]  jmp .L5  .L4:  mov eax, dword [a + 4]  add eax, dword [a + 8]  .L5: | static int a[N];  static int x;  inty; // размещенавEAX  switch (x) {  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  } |

**4.** Перечислите Си-выражения, имеющие истинное значение при любых значениях переменных заданных типов. Предполагается, что переменные типа float и double имеют значение отличное от NAN.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| signed char c;  short s;  int i;  float f;  double d; | А) i == -(-i);  Б) f\*(f+s) == f\*f+f\*s;  В) i < s ⇒ -i > -s  Г) 32/4.0 == 32/4 | Д) i == (int)(float)i;  Е) d > f ⇒ -f > -d;  Ж) -f \* f < 0.0  З) (c+s)+i == c+(s+i); | **Ответ:** |

**5.** Си-программа, использующая тип данных s, была скомпилирована на платформе IA-32/Linux.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| typedef struct t\_s st;  struct t\_s {  char b;  union {  st \*n;  int val[2];  } u;  double d;  int r;  };  static st s, \*p;  static int x; | Приведите соответствующий ассемблерный код (В, Г) либо выпишите числовое значение(А, Б):  А)sizeof(s)  Б) Смещениеполяs.u.val[1]  В) s.r = s.u.val[0] + s.u.val[1];  Г)  x = p->u.n->r; | А)  Б)  В)  Г) |

**6.** Компилятор построил для тела Си-функции f следующий ассемблерный код. Исходя из этого кода и того, что было использовано соглашение cdecl, восстановите заголовок функции: типы параметров, их порядок, тип возвращаемого значения.

|  |  |
| --- | --- |
| mov ecx, dword [ebp+16]  mov eax, dword [ebp+8]  mov ebx, dword [ebp+12]  movsx esi, byte [eax]  mov eax, dword [ecx]  cdq  idiv esi  mov edx, dword [ebp+20]  sar dx, 2  movsx edx, dx  mov dword [ecx], eax  add dword [ebx], edx  mov eax, ecx | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ f(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ,  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ,  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ,  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ) {  \*z = \*z / \*w;  \*x = \*x + (v >> 2);  return z;  } |

**7.** Реализуйте на языке ассемблера заданную рекурсивную функцию, используя соглашение cdecl. Перед вызовом функции f стек уже выровнен должным образом. **Дополнительные требования**: 1) сохраняйте выравненность стека,2) код должен отражать особенности компиляции с ключом –fomit-frame-pointer.

typedef \_\_attribute\_\_((fastcall)) void (\*fp)(int);

typedef struct link link;

struct link {

fp \*payload;

link \*next;

};

void f(int v, link\* p) {

if (p) {

f(v, p->next);

(\*p->payload)(v);

}

}

|  |  |
| --- | --- |
| Параметр | **Значение** |
| VPN |  |
| Попадание в TLB? (да/нет) |  |
| Страница присутствует? (да/нет) |  |
| PPN |  |
| Номер набора в кэш данных |  |
| Бит валидности |  |
| Попадание в кэш? (да/нет) |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Кэш данных | | |
| Набор | tag | v |
| 0 | 3 | 1 |
| 1 | 2 | 0 |
| 2 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 1 |
| 4 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 0 |
| 6 | 0 | 1 |
| 7 | 0 | 1 |

**8.** Память модельного компьютера состоит из 512 адресуемых ячеек размером 1 байт. Выполняется страничная трансляция линейных адресов при обращении к физической памяти. Размер страницы – 64 байта. Транслированные адреса сохраняются в TLB, организованный как полностью ассоциативный кэш. Обращение к физической памяти предваряется проверкой кэша данных, имеющего следующее устройство: прямое отображение, 16 байт в строке, 8 наборов. Дано: состояние TLB, фрагмент таблицы страниц, кэш данных. Бит **p** в TLB и таблице страниц показывает присутствие страницы. Заполните столбец «**Значение»** в таблице, определив, как именно будет происходить чтение байта по виртуальному линейному адресу **0x1ce**.

VPN – Номерстраницы виртуальной памяти

PPN – Номерстраницы физической памяти

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Фрагмент таблицы страниц | | |
| VPN | PPN | p |
| 5 | 4 | 1 |
| 6 | 3 | 1 |
| 7 | 3 | 1 |
| 8 | ‑ | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Состояние TLB | | | | | | | |
| tag | v | PPN | p | tag | v | PPN | p |
| 0 | 0 | ‑ | 0 | 6 | 1 | 3 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | ‑ | 0 |

**9.** Си-программа состоит из двух модулей: t9-m.c и t9-e.c. Заполните таблицы, приведенные ниже. Для каждого заданного в таблице имени переменной или функции укажите (да/нет), содержится ли соответствующая запись в таблице символов .symtab объектного файла, Если да, укажите тип связывания символа (local, global, extern), в каком модуле (t9-m.o, t9-e.o, еслиCOMMON-символ присутствует в двух модулях – указывайте оба модуля) и какой именно секции (.text, .bss, .data, COMMON-символ) символ определен. Если ответ дать невозможно – ставьте прочерк.

|  |  |
| --- | --- |
| t9-m.c | t9-e.c |
| #include <sys/stat.h>  char\* fileName;  extern  void printLastAccess(struct stat \*s);  int main(int argc, char \*argv[]) {  static struct stat sb = {0};  int res;  res = stat(fileName = argv[1], &sb);  printLastAccess(&sb);  return res;  } | #include <sys/stat.h>  #include <stdio.h>  #include <time.h>  extern char\* fileName;  FILE \*fd;  void printLastAccess(struct stat \*s) {  char \*formatedTime = ctime(&s->st\_atime);  printf("Last file access: %s", formatedTime);  fd = fopen("/tmp/leak.log", **"**a**"**);  fprintf(fd, "%s\n", fileName);  fclose(fd);  } |

Файл t9-m.c

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Имя функции/переменной | Присутствует ли в .symtab файла t9-m.o | Тип связывания символа | Модуль, в котором символ определен | Секция, в которой символ определен |
| printLastAccess |  |  |  |  |
| main |  |  |  |  |

Файл t9-e.c

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Имя функции/переменной | Присутствует ли в .symtab файла t9-e.o | Тип связывания символа | Модуль, в котором символ определен | Секция, в которой символ определен |
| formatedTime |  |  |  |  |
| fd |  |  |  |  |

**10.** Си-программа состоит из двух модулей: t10-m.c и t10-p.c, использующих общий заголовочный файл t10.h. В результате компоновки секция .text из модуля t10-m.c была размещена по адресу 0x0804844b, а ссылки в этой секции получили новые значения d9 fe ff ff, 39 00 00 00, 30 a0 04 08 (приведены в порядке их следования в ассемблерном листинге). Заполните в таблице последний столбец, вычислив адреса размещения указанных символов и секций.

**Модуль t10-m.c**

#include <stdlib.h>

#include "t10.h"

unsigned salt = 0xfaceb00c;

char\* tbl[3] = {"http://cmc.msu.ru",

"https://www.mipt.ru",

"https://cs.hse.ru"};

int main(int argc, char\* argv[]) {

print(atoi(argv[1]));

return 0;

}

int randIndex(int i) {

return (i ^ salt) % 3;

}

t10-m.o: file format elf32-i386

Contents of section .data:

0000 00000000 12000000 26000000 0cb0cefa ........&.......

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Модуль** | **Секция / символ** | **Адрес размещения** |
| **‑** | **atoi@plt** |  |
| **t10-p.o** | **.text** |  |
| **t10-m.o** | **.data** |  |

extern char\* tbl[3];

extern unsigned salt;

extern void print(int i);

extern int randIndex(int i);

**Заголовочный файл t10.h**

**Модуль t10-p.c**

t10-m.o: file format elf32-i386

Disassembly of section .text:

00000000 <main>:

0: 8d 4c 24 04 lea ecx,[esp+0x4]

4: 83 e4 f0 and esp,0xfffffff0

7: ff 71 fc push DWORD PTR [ecx-0x4]

a: 55 push ebp

b: 89 e5 mov ebp,esp

d: 51 push ecx

e: 83 ec 10 sub esp,0x10

11: 8b 41 04 mov eax,DWORD PTR [ecx+0x4]

14: ff 70 04 push DWORD PTR [eax+0x4]

17: e8 **fc ff ff ff** call 18 <main+0x18>

**18: R\_386\_PC32 atoi**

1c: 89 04 24 mov DWORD PTR [esp],eax

1f: e8 **fc ff ff ff** call 20 <main+0x20>

**20: R\_386\_PC32 print**

24: 8b 4d fc mov ecx,DWORD PTR [ebp-0x4]

27: 31 c0 xor eax,eax

29: c9 leave

2a: 8d 61 fc lea esp,[ecx-0x4]

2d: c3 ret

0000002e <randIndex>:

2e: 55 push ebp

2f: b9 03 00 00 00 mov ecx,0x3

34: 31 d2 xor edx,edx

36: 89 e5 mov ebp,esp

38: 8b 45 08 mov eax,DWORD PTR [ebp+0x8]

3b: 33 05 **00 00 00 00** xor eax,DWORD PTR ds:0x0

**3d: R\_386\_32 salt**

41: 5d pop ebp

42: f7 f1 div ecx

44: 89 d0 mov eax,edx

46: c3 ret

#include <stdio.h>

#include "t10.h”

... // пропущенныйкод

void print(int i ) {

puts(tbl[randIndex(i)]);

}

t10-p.o: file format elf32-i386

Disassembly of section .text:

...

00000016 <print>:

16: 55 push ebp

17: 89 e5 mov ebp,esp

19: 83 ec 14 sub esp,0x14

1c: ff 75 08 push DWORD PTR [ebp+0x8]

1f: e8 **fc ff ff ff** call 20 <print+0xa>

**20: R\_386\_PC32 randIndex**

24: 8b 04 85 **00 00 00 00** mov eax,DWORD PTR [eax\*4+0x0]

**27: R\_386\_32 tbl**

2b: 83 c4 10 add esp,0x10

2e: 89 45 08 mov DWORD PTR [ebp+0x8],eax

31: c9 leave

32: e9 **fc ff ff ff** jmp 33 <print+0x1d>

**33: R\_386\_PC32 puts**

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**История**

**Типовые оценочные средства, необходимые для оценки знаний, умений, навыков при проведении текущей аттестации**

Для оценки практической и самостоятельной работы студентов используется рейтинговая система, при которой каждая форма работы оценивается определенным количеством баллов. Сумма баллов определяет место студента в рейтинге.

Наименование оценочных средств предусмотренных рейтинговой системой:

* Контрольная работа
* Выступление с сообщением по теме семинара с презентацией
* Эссе
* Кейс (ситуационное задание)
* Балльная оценка аудиторной работы

**Пример типовых контрольных заданий**

**Контрольная работа**

1. Князь, пытавшийся провести реформу язычества в 980 г.
2. «Русская правда» - это…
3. 1019-1054 гг. в истории России
4. Ярлык на княжение – это…
5. Московский князь, превративший Москву в центр единого Русского государства, при котором страна окончательно была освобождена от ордынской зависимости
6. Независимость русской митрополии от Византии
7. Территориальные приобретения российского государства при Иване IV
8. 1589 год в истории России
9. Как назывался свод законов Русского государства, принятый Земским собором в 1649 году и действовавший до 1832 года?
10. Закон о порядке государственной службы в Российской империи, учрежденный Петром I
11. 1721 год в истории России
12. Абсолютизм – это…
13. Кто из императорских особ издал «Манифест о вольности дворянской»?
14. В 1772,1793,1795 годах произошли…
15. 1773-1775 годы в истории России

**Эссе**

**Примерные темы эссе**

1. Основные концепции образования Древнерусского государства
2. «Русская Правда» - первое письменное законодательство России
3. Владимир Креститель и его роль в русской истории
4. Раздробленность на Руси: причины, сущность, последствия
5. Свержение монгольского владычества на Рус.
6. Субъективные факторы в становлении российской государственности XV – XVI веков
7. Деятельность «Избранной рады»
8. Опричнина Ивана Грозного: споры в исторической науке
9. Причины Смутного времени на Руси в начале XVII века
10. Религиозная реформа патриарха Никона
11. Социальные движения в России XVII века
12. Реформы Петра I
13. Внешние факторы в развитии российского государства в XVIIII веке
14. Идеология и практика Просвещенного абсолютизма II половины XVIIII века
15. Государственный переворот 1801 года
16. Роль и значение движения декабристов в освободительно движении России
17. Положение сословий российского общества в первой половине XIX века: основные черты, социальные конфликты
18. Теория официальной народности
19. Политический режим Николая I: идеология и практика
20. Этнополитическое развитие России в XIX веке
21. Историческое значение отмены крепостного права в России
22. «Великие реформы» Александра II
23. Освободительное движение в России II половины ХIХ века
24. Россия во внешнеполитических союзах последней четверти XIX века
25. Значение «Манифеста об усовершенствовании государственного порядка» от 17 октября 1905 г. в истории России
26. Император Николай II как государственный деятель
27. Власть в условиях революции 1917 года в России: взаимоотношения Временного правительства и Совета рабочих и солдатских депутатов
28. Значение индустриализации в СССР
29. Коллаборационизм и партизанское движения в годы Великой Отечественной войны
30. Роль СССР во Второй Мировой войне
31. Особенности десталинизации в СССР
32. Ю.В.Андропов во главе советского государства
33. Концептуальное содержание и практическая реализация теории «развитого социализма»
34. Перестройка системы управления советским государством в конце 1980-х годов
35. Переход к рынку в Российской Федерации: проблемы и методы решения
36. Б.Н. Ельцин как политический лидер и управленец

**Кейс (ситуационное задание)**

**Пример кейса**

Тема: Развитие российского государства в период правления Петра I

Задание: сформулировать собственную аргументированную позицию в полемике о реформах Петра I, для чего:

• провести группировку мнений историков, выделив принципиальные разногласия между ними, как в оценке взаимодействия, так и в аргументации;

• установить, в какой мере взгляды, высказанные в отечественной исторической науке, соответствуют известным на данный момент источникам;

• на основе предложенных источников привести аргументацию в пользу одной из предложенных точек зрения или собственной позиции.

Заявленные суждения:

Суждение 1. Реформы Петра I были необходимы для России и ознаменовали начало новой эпохи.

Суждение 2. Реформы Петра I были не продуманны и принесли больше вреда, чем пользы.

Суждение 3. Реформы Петра I не оказали серьезного влияния на историю страны.

**Типовые оценочные средства, необходимые для оценки знаний, умений, навыков при проведении промежуточной аттестации (устный экзамен).**

**Примерный список вопросов для проведения промежуточной аттестации**

1. Древнерусское государство: особенности образования и развития
2. Русские земли в период феодальной раздробленности
3. Борьба русских княжеств и земель против внешней агрессии в начале XIII в. Золотоордынская зависимость и её влияние на положение и развитие русских земель
4. Причины, предпосылки и особенности образования Московского государства, основные этапы объединения земель вокруг Москвы
5. От Руси к России: территориальное расширение российского государства и борьба за выход к морям в XVI в.
6. Смута в России: причины, основные этапы, проявления, последствия
7. Первые Романовы на российском престоле. Государственные институты и их эволюция в XVII в.
8. Реформы Петра I и их влияние на историческую судьбу России
9. Внешняя политика Петра I и изменения в геополитическом положении России
10. «Эпоха дворцовых переворотов» в России в XVIII в.: система власти и внутренняя политика
11. Внешняя политика российского государства во второй половине XVIII века
12. «Просвещенный абсолютизм» в России: содержание, особенности, противоречия
13. Внутренняя политика Александра I
14. Россия в системе европейских международных отношений в первой половине ХIХ в.
15. Социально-экономическое развитие России в первой половине XIX в.
16. Внешняя политика и территориальные приобретения России во второй половине XIX в.
17. «Великие реформы» 60 - 70-х гг. XIX в.: сущность, последствия
18. Политический консерватизм Александра III. Социально-экономическое развитие России в 1880-х - 1890-х гг.
19. Внешняя политика Российской империи в конце XIX - начале XX вв
20. Экономическое и политическое развитие России в начале ХХ века
21. Революция 1905-1907 гг. в России.
22. Начало парламентаризма. Первые Государственные Думы
23. Столыпинская аграрная реформа
24. Россия в Первой мировой войне
25. Развитие России от Февраля к Октябрю 1917 года
26. Формирование советского государства
27. Россия в условиях гражданской войны
28. Переход к новой экономической политике. СССР в годы НЭПа
29. Индустриализация СССР в 1930-е гг.
30. Коллективизация сельского хозяйства
31. Развитие политической системы СССР в 1930-е гг.
32. Внешняя политика СССР в 1920-е - 1930-е гг.
33. СССР в Великой Отечественной войне.
34. Социально-экономическое и политическое развитие СССР в послевоенный период 1946-1953 гг. Усиление идеологического контроля
35. Борьба за политическое лидерство в СССР в 1953-1957 гг. ХХ съезд КПСС и разоблачение культа личности Сталина
36. Развитие СССР во второй половине 1950-х – первой половине 1960-х гг.
37. Социально-экономическое и политическое развитие СССР во второй половине 1960-х – первой половине 1980-х гг.
38. Внешняя политика СССР во второй половине XX в.
39. Перестройка и кризис советской модели общественного устройства
40. Социально-экономическое и политическое развитие России в 1990-е гг.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Классическая механика**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

Список **контрольных вопросов**

1. Сформулируйте законы Ньютона.
2. Что такое сила и масса? Как их измерить?
3. Сформулируйте принцип относительности Галилея, принцип относительности Эйнштейна и принцип постоянства скорости света.
4. Напишите формулы преобразований Лоренца, релятивистское уравнение движения.
5. Сформулируйте закон всемирного тяготения и принцип суперпозиции.
6. Дайте определения работы и потенциальной энергии. Приведите примеры потенциальных и не потенциальных сил.
7. Что такое внутренние и внешние силы? Приведите примеры.
8. Что такое центр масс системы частиц? Сформулируйте закон движения центра масс.
9. Сформулируйте законы сохранения импульса и энергии в механике Ньютона и в теории относительности.
10. Что такое момент импульса и момент силы? Сформулируйте теорему моментов и закон сохранения момента импульса.
11. Что такое момент инерции твердого тела? Приведите примеры. Сформулируйте теорему Гюйгенса – Штейнера.
12. Напишите формулы для импульса, момента импульса и кинетической энергии тела, совершающего плоское движение.
13. Напишите уравнение вращения тела.
14. Что такое силы инерции? Приведите примеры.
15. Что такое связи в механике? Приведите примеры систем со связями и без связей.
16. Что такое число степеней свободы механической системы? Приведите примеры.
17. Что такое идеальные связи? Приведите примеры.
18. Что такое лагранжиан механической системы? Запишите уравнения Лагранжа.
19. Что такое обобщенная сила и обобщенный импульс? Чем определяются их размерности? Приведите примеры.
20. Что такое гамильтониан консервативной механической системы? Запишите уравнения Гамильтона.
21. Напишите уравнение гармонических колебаний. Как найти частоту малых колебаний механической системы?
22. Приведите примеры колебательных систем с двумя степенями свободы. Что такое нормальные колебания и нормальные координаты?
23. Напишите волновое уравнение.
24. Что такое распределение плотности вероятности? Напишите формулу распределения Гиббса.
25. Напишите формулы распределения Максвелла и распределения Больцмана.
26. Сформулируйте теорему о равнораспределении энергии по степеням свободы.
27. Напишите уравнения диффузии и теплопроводности. Дайте определения коэффициентов диффузии и теплопроводности.

**Типовые задачи** для проверки знаний

**Кинематика**. Найти время, за которое свободно падающее тело проходит сотый сантиметр своего пути.

**Динамика.** Найти радиус орбиты спутника Земли, если известно, что период обращения спутника равен одним суткам.

**Законы сохранения.** Найти изменение скоростей двух тел при упругом ударе.

**Динамика твердого тела.** Найти ускорение центра цилиндра, скатывающегося по наклонной плоскости.

**Аналитическая механика.** Записать функцию Лагранжа для математического маятника.

**Колебания и волны**. Найти частоту колебаний струны.

**Статистическая механика**. Используя законы механики, вывести уравнение состояния идеального газа.

**Механика сплошной среды**. Вычислить скорость звука в воздухе при нормальных условиях.

**Теория относительности.** Вывести релятивистские правила сложения скоростей.

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

Список **экзаменационных вопросов**

1. Кинематика материальной точки
2. Тангенциальное и нормальное ускорения
3. Относительность механического движения
4. Принцип относительности. Преобразования Галилея и преобразования Лоренца
5. Кинематика твердого тела
6. Матрица поворота тела
7. Кинематика вращающихся систем отсчета
8. Законы Ньютона
9. Силы в механике
10. Релятивистское уравнение движения
11. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции
12. Импульс частицы и системы частиц. Движение центра масс
13. Закон сохранения импульса
14. Реактивное движение
15. Работа и потенциальная энергия
16. Потенциальная энергия механических систем
17. Кинетическая энергия частицы и системы частиц
18. Кинетическая энергия твердого тела
19. Закон сохранения энергии в механике
20. Импульс и энергия в теории относительности
21. Момент импульса частицы и системы частиц. Момент силы
22. Момент импульса твердого тела
23. Теорема моментов. Закон сохранения момент импульса
24. Материальная точка в центральном поле
25. Законы Кеплера
26. Плоское движение твердого тела
27. Момент инерции твердого тела
28. Системы со связями. Степени свободы. Обобщенные координаты
29. Виртуальные перемещения. Виртуальная работа. Идеальные связи
30. Уравнения Лагранжа. Обобщенные силы
31. Функция Лагранжа. Обобщенные импульсы
32. Уравнения Гамильтона. Канонические переменные
33. Гамильтониан консервативной системы
34. Равновесие системы и его устойчивость
35. Колебания в системах с одной степенью свободы
36. Физические эффекты в колебательных системах
37. Нормальные колебания и нормальные координаты
38. Колебания струны.
39. Случайные величины и вероятности
40. Распределение Гиббса
41. Размер и масса молекул
42. Измерение постоянной Больцмана
43. Распределение энергии по степеням свободы
44. Диффузия и теплопроводность
45. Вязкость жидкости
46. Движение вязкой жидкости
47. Уравнения динамики сплошной среды
48. Звуковая волна

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Электродинамика**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

Список **контрольных вопросов**

1. Фундаментальные свойства электрического заряда. Закон сохранения заряда. Сформулируйте Закон Кулона.
2. Дайте определение напряженности электрического поля. Сформулируйте принцип суперпозиции электрических полей.
3. Электростатическая теорема Гаусса. Напряженности электростатического поля равномерно заряженных сферы и бесконечной плоскости.
4. Как определяется потенциал электрического поля.
5. Запишите формулы для потенциала электрического поля дискретного и непрерывного распределений заряда.
6. Запишите формулу, показывающую локальную связь между потенциалом и напряженностью электрического поля.
7. Что такое электрический диполь. Чему равны потенциал и напряженность поля электрического диполя.
8. Чему равна циркуляция вектора напряженности электростатического поля. Приведите доказательство для системы точечных зарядов.
9. Чему равен ротор вектора напряженности электростатического поля. Приведите доказательство для системы точечных зарядов.
10. Запишите уравнения Пуассона и Лапласа для потенциала электростатического поля.
11. Свободные и связанные заряды в веществе.
12. Что такое электрическая индукция поля.
13. Сформулируйте теорему Гаусса для электрической индукции в интегральной и дифференциальной формах.
14. Материальные уравнения для электрического поля, диэлектрические восприимчивость и проницаемость.
15. Взаимная энергия системы точечных зарядов. Формулы для энергии электростатического поля и ее объемной плотности.
16. Закон Ома для участка цепи и его дифференциальная форма. Закон Джоуля-Ленца и его дифференциальная форма.
17. Сформулируйте правила Кирхгофа.
18. Запишите закон взаимодействия элементов тока – закон Ампера. Запишите закон Био-Савара-Лапласа.
19. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора магнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах.
20. Сформулируйте теорему Гаусса для магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах
21. Что такое векторный потенциал. Как он связан с магнитной индукцией. Свойства векторного потенциала.
22. Сила Лоренца и характер движения заряда в постоянных электрическом и магнитном полях.
23. Сформулируйте закон электромагнитной индукции Фарадея и правило Ленца.
24. В чем заключается явление самоиндукции.
25. Чему равны собственная энергия проводника с током и энергия системы замкнутых токов.
26. Запишите формулы для энергии магнитного поля и ее объемной плотности.
27. Молекулярные токи и вектор намагниченности. Дайте определение вектора напряженности магнитного поля.
28. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора напряженности магнитного поля (в интегральной и дифференциальной формах).
29. Что такое ток смещения.
30. Запишите уравнения Максвелла в дифференциальной и интегральной формах.
31. Запишите уравнения Максвелла в интегральной форме.
32. Дайте определение и запишите выражение для вектора Умова-Пойнтинга.
33. Получите волновое уравнение из системы уравнений Максвелла.Что такое плоская волна. Ее свойства.
34. Чему равны плотность потока энергии, плотность потока импульса и плотность потока момента импульса электромагнитной волны.
35. Излучение электромагнитных волн диполем. Зависимость излучаемой мощности от частоты.
36. Дайте определение квазистационарных электромагнитных процессов.
37. Собственные и вынужденные колебания в колебательном контуре. Формулы для амплитуды и фазы.
38. Опишите и обоснуйте метод комплексных амплитуд.
39. В чем заключается скин-эффект. Чему равна толщина скин-слоя в простейших случаях.
40. Постулаты теории относительности.Преобразования Лоренца для напряженностей электрического и магнитного полей.
41. Четырехвекторы и четырехтензоры в специальной теории относительности. Приведите примеры.
42. Тензор электромагнитного поля.
43. Инвариантная запись уравнений электродинамики.
44. Релятивистская природа силы Лоренца.
45. Инварианты электромагнитного поля.

**Типовые задачи** для проверки знаний

**Электрическое поле. Уравнения электростатики.** Точечный заряд *q* находится на расстоянии *a* от центра проводящей сферы радиусом *R* (*a*>*R*). Заряд сферы равен *Q*. Найдите силу, действующую на заряд *q*.

**Проводники и диэлектрики в электрическом поле.** Диэлектрический шар радиусом *R* равномерно заряжен по объему. Объемная плотность заряда равна *ρ*, диэлектрическая проницаемость материала шара - *ε*. Найдите потенциал поля, создаваемого шаром.

**Магнитное поле в вакууме и веществе.** Проводящая сфера радиуса *R* заряжена с поверхностной плотностью *σ*. Сфера вращается вокруг оси симметрии с угловой скоростью *ω*. Найдите индукцию магнитного поля на оси вращения.

**Закон электромагнитной индукции.** По двум металлическим параллельным рейкам, расположенным в горизонтальной плоскости и замкнутым на конденсатор емкостью , может без трения двигаться металлический стержень массой  и длиной . Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией , направленной вверх. К середине стержня перпендикулярно ему и параллельно рейкам приложена сила *F*. Определить ускорение *a* стержня. Сопротивлением реек, стержня и подводящих проводов пренебречь. В начальный момент скорость стержня равна нулю.

**Уравнения Максвелла.** Заряженный и отключенный от источника плоский конденсатор с круглыми пластинами медленно разряжается объемными токами проводимости, возникающими в диэлектрике между обкладками из-за наличия слабой проводимости. Пренебрегая краевыми эффектами, вычислите напряженность магнитного поля внутри конденсатора.

**Электрические цепи. Квазистационарные токи.** Два гальванических элемента с ЭДС  ии внутренними сопротивлениями  и соединены параллельно. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление полученной батареи.

**Электромагнитные волны:** Плоская монохроматическая световая волна распространяется в вакууме. Максимальное значение напряженности магнитного поля этой волны – *H0*. Какова средняя (за период) энергия, переносимая волной в единицу времени через поверхность полусферы радиуса *R*, основание которой перпендикулярно направлению распространения волны?

**Теория излучения:** Выведите формулу для напряженности электрического поля электромагнитной волны, излучаемой зарядом *q*, колеблющимся с частотой *ω* вдоль некоторой прямой. Амплитуда колебаний заряда – X0.

**Энергия, импульс и момент импульса электромагнитного поля:** Плоская монохроматическая электромагнитная волна нормально падает из вакуума на плоскую поверхность проводника. Чему равно среднее (за период) давление этой волны на проводник, если интенсивность волны – *I*? Считать, что волна полностью поглощается.

**Электродинамика теории относительности:** Вычислите компоненты 4-мерного ускорения. Показать, что 4-мерное ускорение ортогонально 4-мерной скорости.

Результат обучения связан со знанием определений физических понятий, размерностей физических величин и умением формулировать законы механики и электродинамики.

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

Список **вопросов к зачёту**

1. Электромагнитное взаимодействие и его место среди других взаимодействий в природе. Закон сохранения электрического заряда.
2. Закон Кулона.
3. Вектор напряженности электрического поля. Принцип суперпозиции. Электростатическая теорема Остроградского–Гаусса.
4. Потенциальность электростатического поля. Связь вектора напряженности электростатического поля и потенциала.
5. Работа сил электростатического поля. Потенциал системы зарядов.
6. Теорема о циркуляции вектора напряженности электрического поля. Уравнения Пуассона и Лапласа. Электрический диполь.
7. Проводники в электростатическом поле. Распределение заряда по поверхности проводника. Связь между зарядом и потенциалом проводника. Электроемкость. Конденсаторы.
8. Диэлектрики. Свободные и связанные заряды. Вектор поляризации. Связь вектора поляризации со связанными зарядами.
9. Вектор электрической индукции в диэлектрике. Материальное уравнение для векторов электрического поля.
10. Теорема Остроградского – Гаусса для диэлектриков. Ее дифференциальная форма.
11. Граничные условия для векторов напряженности и электрической индукции.
12. Взаимодействие токов. Элемент тока. Закон Био – Савара – Лапласа. Вектор индукции магнитного поля. Закон Ампера. Сила Лоренца.
13. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля. характер магнитного поля. Векторный потенциал.
14. Элементарный ток и его магнитный момент. Магнитное поле элементарного тока. Вектор намагниченности вещества и его связь с молекулярными токами.
15. Вектор напряженности магнитного поля. Материальное уравнение для векторов магнитного поля. Диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.
16. Электромагнитная индукция. Закон электромагнитной индукции Фарадея и его дифференциальная форма. Правило Ленца. Явление самоиндукции и взаимной индукции.
17. Система уравнений Максвелла. Ток проводимости и ток смещения. Высокочастотные токи. Скин-эффект.
18. Постоянный электрический ток. Плотность тока. Условие стационарности тока. Электрическое напряжение. Закон Ома в дифференциальной форме.
19. Токи в сплошных средах. Закон Джоуля – Ленца. Правила Кирхгофа.
20. Условия квазистационарности. Переходные процессы в RC- и LC-цепях.
21. Собственные колебания в контуре. Затухающие колебания. Вынужденные колебания в контуре. Метод комплексных амплитуд. Резонанс напряжений.
22. Электромагнитные волны. Волновое уравнение. Скорость электромагнитных волн.
23. Плоские и сферические гармонические электромагнитные волны в непроводящей среде. Связь векторов напряженности электрического и магнитного поля и волнового вектора в плоской волне.
24. Поляризация электромагнитной волны. Отражение электромагнитных волн.
25. Стоячая электромагнитная волна. Давление электромагнитной волны.
26. Условие калибровки Лоренца. Неоднородное волновое уравнение для векторного и скалярного потенциалов. Их решения в виде запаздывающих и опережающих потенциалов. Дипольное приближение.
27. Излучение точечного диполя. Электромагнитное поле в ближней и дальней волновой зоне. Диаграмма направленности и полная мощность излучения.
28. Энергия системы покоящихся электрических зарядов. Энергия электростатического поля и ее объемная плотность.
29. Энергия системы стационарных токов. Энергия стационарного магнитного поля и ее объемная плотность.
30. Плотность энергии нестационарного электромагнитного поля. Вектор Умова-Пойнтинга. Закон сохранения энергии в электродинамике. Плотность и поток энергии в плоской электромагнитной волне.
31. Импульс и момент импульса электромагнитного поля. Законы сохранения импульса и момента импульса электромагнитного поля.
32. Уравнения электродинамики и преобразования Галилея. Опыт Майкельсона-Морли.
33. Принцип относительности Эйнштейна и постулаты теории относительности. Преобразования Лоренца
34. Четырех-векторы и четырех – тензоры.
35. Релятивистски-инвариантная запись закона сохранения заряда и уравнений Максвелла. Релятивистски-инвариантная запись уравнений электродинамики в потенциалах.
36. Электромагнитные волны в движущейся среде. Эффект Доплера. Инварианты электромагнитного поля.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Операционные системы**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Пример вопросов коллоквиума.**

1. Определение виртуального ресурса (устройства).
2. Минимальные требования к аппаратуре для обеспечения корректного мультипрограммирования.
3. Дать определение понятия «аппарат» виртуальной памяти.
4. Основное преимущество протокола UDP по сравнению с протоколом TCP?
5. Сформулировать общее (не являющееся определением процессов в Unix) определение процесса.
6. Указать основное преимущество использование битовых массивов для учета свободных блоков файловой системы.
7. Дать определение семафора Дейкстры.
8. Для доступа взаимодействующих процессов к разделяемому ресурсу ***R*** используется семафор Дейкстры ***S***. На входе в критические секции ресурса **R** выполняется операция ***Down(S)***, на выходе ***Up(S)***. ***S*** имеет начальное значение ***N***. Какую модель доступа к ресурсу ***R*** демонстрирует этот пример?
9. Имеется программная система, реализующая с использованием сокетов модель клиент-сервер. К серверу п Написать программу на Си, выводящую на стандартное устройство вывода текст командной строки, посредством которой данная одключено ***К*** клиентов. Какое количество сокетов создано на сервере в этот момент времен?
10. Написать программу на Си, выводящую на стандартное устройство вывода текст командной строки, посредством которой данная программа была запущена.

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Экзаменационные вопросы.**

- *примеры вопросов из письменной части:*

*Вариант 1.*

1.Что определяет количество записей инвертированной таблицы страниц?

2. Характеристика производительности ОЗУ – длительность цикла ОП?

3. NUMA – система. Определение и классификация.

4. Что дает расслоение ОЗУ?

5. Основное преимущество протокола UDP по сравнению с протоколом TCP?

*Вариант 2.*

1. Основное предназначение RAID1?

2. Какова структура IP адреса класса С?

3. Что такое инкрементное архивирование файловой системы?

4. Основное отличие полновесных процессов от легковесных?

5. Основное преимущество при использовании контроллеров прямого доступа при

управлении внешними устройствами (DMA)?

- *список устных вопросов*:

1. Этапы развития вычислительной техники и программного обеспечения.

2. Структура вычислительной системы. Ресурсы ВС - физические ресурсы, виртуальные ресурсы. Уровень операционной системы.

3. Структура вычислительной системы. Ресурсы ВС - физические, виртуальные. Уровень систем программирования.

4. Структура вычислительной системы. Ресурсы ВС - физические ресурсы, виртуальные ресурсы. Уровень прикладных системы.

5. Структура вычислительной системы. Понятие виртуальной машины.

6. Основы архитектуры компьютера. Основные компоненты и характеристики. Структура и функционирование ЦП.

7. Основы архитектуры компьютера. Основные компоненты и характеристики. Оперативное запоминающее устройство. Расслоение памяти.

8. Основы архитектуры компьютера. Основные компоненты и характеристики. Кэширование ОЗУ.

9. Основы архитектуры компьютера. Аппарат прерываний. Последовательность действий в вычислительной системе при обработке прерываний.

10. Основы архитектуры компьютера. Внешние устройства. Организация управления и потоков данных при обмене с внешними устройствами.

11. Основы архитектуры компьютера. Иерархия памяти.

12. Аппаратная поддержка ОС. Мультипрограммный режим.

13. Аппаратная поддержка ОС и систем программирования.. Организация регистровой памяти ЦП (регистровые окна, стек).

14. Аппаратная поддержка ОС. Виртуальная оперативная память.

15. Аппаратная поддержка ОС. Пример организации страничной виртуальной памяти.

16. Многомашинные, многопроцессорные ассоциации. Классификация. Примеры.

17. Многомашинные, многопроцессорные ассоциации. Терминальные комплексы. Компьютерные сети.

18. Операционные системы. Основные компоненты и логические функции. Базовые понятия: ядро, процесс, ресурс, системные вызовы. Структурная организация ОС.

19. Операционные системы. Пакетная ОС, ОС разделения времени, ОС реального времени, распределенные и сетевые ОС.

20. Организация сетевого взаимодействия. Эталонная модель ISO/OSI. Протокол, интерфейс. Стек протоколов. Логическое взаимодействие сетевых устройств.

21. Организация сетевого взаимодействия. Семейство протоколов TCP/IP, соответствие модели ISO/OSI. Взаимодействие между уровнями протоколов семейства TCP/IP. IP адресация.

22. Управление процессами. Определение процесса, типы. Жизненный цикл, состояния процесса. Свопинг. Модели жизненного цикла процесса. Контекст процесса.

23. Реализация процессов в ОС UNIX. Определение процесса. Контекст, тело процесса. Состояния процесса. Аппарат системных вызовов в ОС UNIX.

24. Реализация процессов в ОС UNIX. Базовые средства управления процессами в ОС UNIX. Загрузка ОС UNIX, формирование нулевого и первого процессов.

25. Взаимодействие процессов. Разделяемые ресурсы. Критические секции. Взаимное исключение. Тупики.

26. Взаимодействие процессов. Некоторые способы реализации взаимного исключения: семафоры Дейкстры, мониторы, обмен сообщениями.

27. Взаимодействие процессов. Классические задачи синхронизации процессов. “Обедающие философы”.

28. Взаимодействие процессов. Классические задачи синхронизации процессов. “Читатели и писатели”.

29. Базовые средства взаимодействия процессов в ОС UNIX. Сигналы. Примеры программирования.

30. Базовые средства взаимодействия процессов в ОС UNIX. Неименованные каналы. Примеры программирования .

31. Базовые средства взаимодействия процессов в ОС UNIX. Именованные каналы. Примеры программирования.

32. Базовые средства взаимодействия процессов в ОС UNIX. Взаимодействие процессов по схеме ”подчиненный-главный”. Общаясхема трассировки процессов.

33. Система межпроцессного взаимодействия ОС UNIX. Именование разделяемых объектов. Очереди сообщений. Пример.

34. Система межпроцессного взаимодействия ОС UNIX . Именование разделяемых объектов. Разделяемая память. Пример.

35. Система межпроцессного взаимодействия ОС UNIX . Именование разделяемых объектов. Массив семафоров. Пример.

36. Сокеты. Типы сокетов. Коммуникационный домен. Схема работы с сокетами с установлением соединения.

37. Сокеты. Схема работы с сокетами без установления соединения.

38. Общая классификация средств взаимодействия процессов в ОС UNIX.

39. Файловые системы. Структурная организация файлов. Атрибуты файлов. Основные правила работы с файлами. Типовые программные интерфейсы работы с файлами.

40. Файловые системы. Модели реализации файловых систем. Понятие индексного дескриптора.

41. Файловые системы. Координация использования пространства внешней памяти. Квотирование пространства ФС. Надежность ФС. Проверка целостности ФС.

42. Примеры реализаций файловых систем. Организация файловой системы OC UNIX. Виды файлов. Права доступа. Логическая структура каталогов.

43. Примеры реализаций файловых систем Внутренняя организация ФС. Модель версии UNIX SYSTEM V.

44. Примеры реализаций файловых систем. Внутренняя организация ФС. Принципы организации файловой системы FFS UNIX BSD.

45. Управление внешними устройствами. Архитектура организации управления внешними устройствами, основные подходы, характеристики.

46. Управление внешними устройствами. Планирование дисковых обменов, основные алгоритмы.

47. Управление внешними устройствами. Организация RAID систем, основные решения, характеристики.

48. Внешние устройства в ОС UNIX. Типы устройств, файлы устройств, драйверы.

49. Внешние устройства в ОС UNIX. Системная организация обмена с файлами. Буферизация обменов с блокоориентированными устройствами.

50. Управление оперативной памятью. Одиночное непрерывное распределение. Распределение разделами. Распределение перемещаемыми разделами.

51. Управление оперативной памятью. Страничное распределение.

52. Управление оперативной памятью. Сегментное распределение.

53. Вычислительная система. Кэширование информационных потоков на уровнях аппаратуры и ОС.

54. Язык программирования С. Общая характеристика. Типы, данные, классы памяти. Правила видимости. Структура программы. Препроцессор. Интерфейс с ОС UNIX.

**Примеры экзаменационных билетов.**

**Билет 3.**

**1.**Структура вычислительной системы. Понятие виртуальной машины.

**2.**Система межпроцессного взаимодействия ОС UNIX. Именование разделяемых объектов. Очереди сообщений. Пример.

**3.** Управление внешними устройствами. Организация RAID систем, основные решения, характеристики.

**Билет 16.**

**1.** Основы архитектуры компьютера. Аппарат прерываний. Последовательность действий в вычислительной системе при обработке прерываний.

**2.**Файловые системы. Модели реализации файловых систем. Понятие индексного дескриптора.

**3.**Базовые средства взаимодействия процессов в ОС UNIX. Сигналы. Примеры программирования.

**Билет 23.**

**1.**Операционные системы. Основные компоненты и логические функции. Базовые понятия: ядро, процесс, ресурс, системные вызовы. Структурная организация ОС.

**2.** Взаимодействие процессов. Классические задачи синхронизации процессов. “Читатели и писатели”.

**3.**Управление оперативной памятью. Одиночное непрерывное распределение. Распределение разделами. Распределение перемещаемыми разделами.

**Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

Используется дифференцированная система оценки знаний и навыков. Оценка основывается на:

* контроле посещаемости занятий;
* результатах сдачи коллоквиума;
* результате сдачи экзамена.

Экзамен состоит из двух частей – письменной и устной. Результаты письменной части экзамена учитываются в дифференцированной оценке. При этом в порядке исключения, учитывая интегральную высокую оценку работы в семестре, часть студентов может получить «отличные» и «хорошие» оценки за экзамен (без сдачи устной части), часть может получить оценку «неудовлетворительно», а остальная часть направляется на сдачу устной части экзамена. Для студентов, получивших оценку «неудовлетворительно» сразу проводится консультация-разъяснение с возможностью апелляции оценки.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Системы программирования**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Письменный коллоквиум**

|  |
| --- |
| **Вариант 1** |
| 1. Вычеркните только те строки функции *main ()*, которые приводят к синтаксической ошибке (если таковые имеются). Обязательно **объясните** причины ошибок. Что будет напечатано в результате работы получившейся программы.   **struct** A { **int** main () {  **int** n; A a;  A(){ n = 9;} B b;  A **operator**+(**const** A & a){ a = a + b;  A t; cout << a.n << '\n';  t.n = n + a.n; b = b + a;  **return** t; } cout << b.n << '\n';  }; **return** 0;  **struct** B:A { }  B **operator**+(**const** B & a){  B t;  t.n = n + a.n + 10;  **return** t; }  };   1. Исправьте **только описание класса А** так, чтобы в приведенной ниже программе не было ошибок, а на экран напечаталось **f ( int, int )**.   **struct** A { **int** n;  A (**int** m) { n = m; }  **operator int** () { **return** 1; }  };  **void** f ( **int** i, **int** j ) { cout << "f(int, int)\n";}  **void** f ( A b, A a ) { cout << "f(A, A)\n";}    **int** main () { A a (1);  f (a, 1);  **return** 0; }     1. Опишите необходимые классы так, чтобы в заданной функции *main ()* не было ошибок, а на экран печаталось **310.**   **int** main () {  T t (3);  P <T> p1(&t), p2(0);  cout << p1 -> n << p2 -> n << endl;  **return** 0 ; }     1. Добавьте в описание класса А **из задачи 1** метод   **virtual** A& **operator** - (){ n = - (n+1)**;** cout << n <<" А::**operator** - ()\n"; **return \*this**;},  а в описание (производного от класса А) класса В из задачи 1 -  В& **operator** - () { cout << n << " B::**operator** - () \n"; **return \*this**;}  Что напечатает программа с нижеприведенной функцией *main()* и получившимися классами А и В?  **int** main () {  B b;  A a, & ra = b;  a = -a;  ra = -ra;  ra = a;  ra = -ra; **return** 0;  }   1. Что такое абстрактный класс в С++? Обязательно приведите **пример** описания и использования абстрактного класса. 2. Укажите все прототипы конструкторов и деструкторов в порядке их выполнения в следующей программе:   **class** A {};  **class** B: **public** A{};  **struct** D { A a; };    **int** main () {  D d;  { d.a = B();  B b; }  A a1, a2 = a1;  **return** 0;  }     1. Добавьте в следующую программу необходимые описания так, чтобы в ней не было ошибок.   **int** main () {  **const** A a;  a.x = 3;  cout << a.y << a.x << a.f(1) << endl;  **return** 0; }  **8**. Модифицируйте функцию *main()*, **ничего в ней не удаляя, не используя комментарии, goto и прочие переходы** так, чтобы программа завершалась нормально (не аварийно).    **struct** B { **virtual** **void** f () { cout << “B::f()\n”; } };  **struct** D : B { **void** f () { cout << “D::f()\n”; } };  **int** main () {  D d, &rd = d;  B b, & rb = b, &rbd = d;  rd = **dynamic\_cast** <D&> (rbd); rd.f();  rd = **dynamic\_cast** <D&> (rb); rd.f();  **return** 0;  }   1. **С++11.** Вычеркните неверные конструкции в следующей программе на С++11. Обязательно **объясните** причины ошибок в вычеркнутых конструкциях.   **struct** A {  **int** i = 10;  **};**  **void** f (A && x) { }  **int** main () {  A a;  **int** && n, m;  **auto** b = A();  **decltype** (a) c;  f (b);  f ( A() );  m = **nullptr**;  **return** 0;  }  **10**. **STL.** Напишите шаблонную функцию, подсчитывающую сумму пяти последних элементов заданного контейнера (списка или вектора, константного или неконстантного). Тип элементов контейнера является числовым типом. Если в заданном контейнере меньше 5 элементов, функция должна вернуть 0 соответствующего типа. |
| **Вариант 2** |
| **1.** Вычеркните только те строки функции *main ()*, которые приводят к синтаксической ошибке (если таковые имеются). Обязательно **объясните** причины ошибок. Что будет напечатано в результате работы получившейся программы.  **struct** Т { **int** main () {  **int** i;  T(){i = 3;} Т a(5);  Т(int t){ i = t;} Р b;  Т **operator**\*(**const** Т & a){ a = a \* b;  Т t; cout << a.i << '\n';  t.i = i \* a.i; b = b \* a;  **return** t; } cout << b.i << '\n';  }; **return** 0;  **struct** Р:Т { }  Р **operator**\*(**const** Р & a){  Р t;  t.i = i \* a.i \* 2;  **return** t; }  };   1. Исправьте **только описание класса А** так, чтобы в приведенной ниже программе не было ошибок, а на экран напечаталось **f ( A, A )**.   **struct** A { **int** n;  A (**int** m) { n = m; }  **operator int** () { **return** 1; }  };  **void** f ( **int** i, **int** j ) { cout << "f(int, int)\n";}  **void** f ( A b, A a ) { cout << "f(A, A)\n";}    **int** main () { A a (1);  f (a, 1);  **return** 0; }   1. Опишите необходимые классы так, чтобы в заданной функции *main ()* не было ошибок, а на экран печаталось **520.**   **int** main () {  C c (5);  B <C> b1(&c), b2(0);  cout << (\*b1). n << (\*b2). n << endl;  **return** 0 ; }   1. Добавьте в описание класса T **из задачи 1** метод   **virtual** T& **operator --** (){ i = i - 1; cout << i <<" T::**operator** -- () \n"; **return \*this**;} ,  а в описание (производного от класса T) класса P из задачи 1 -  P& **operator --** () { cout << i << " P::**operator** -- () \n"; **return \*this**; }  Что напечатает программа с нижеприведенной функцией *main()* и получившимися классами T и P?  **int** main () {  P b;  T a(5), & rt = b;  --a;  --rt;  rt = a;  --rt; **return** 0;  }  **5**. Что такое функция-друг в языке Си++? Приведите **пример** описания и использования функции-друга.   1. Укажите все прототипы конструкторов и деструкторов в порядке их выполнения в следующей программе:   **class** A {};  **class** B: **public** A{};  **struct** T { B \* pb; };    **int** main () {  A a;  { a = B();  T t; }  B b1, b2 = b1;  **return** 0; }   1. Добавьте в следующую программу необходимые описания так, чтобы в ней не было ошибок.   **int** main () {  B::y = 3 ;  **const** B b;  cout << b.x-B::h(2)<< b.h(0)<< endl;  **return** 0; }  **8**. Модифицируйте функцию *main()*, **ничего в ней не удаляя, не используя комментарии, goto и прочие переходы** так, чтобы программа завершалась нормально (не аварийно).    **struct** B { **virtual void** g() { cout << "B::g () \n"; } };  **struct** D : B { };    **int** main () {  D d, \* pd1, \*pd2;  B b, \* pb = &b, \* pbd = &d;  pd1 = **dynamic\_cast** < D\* > (pbd);  pd2 = **dynamic\_cast** < D\* > (pb);  **if** ( **typeid** (\*pd1) == **typeid** (\*pd2) ) pb -> g () ;  **return** 0; }  **9.С++11.** Вычеркните неверные конструкции в следующей программе на С++11. Обязательно **объясните** причины ошибок в вычеркнутых конструкциях.  **struct** S {  **int** x = 1;  **};**  **void**  g (S && s) { cout << s.x << endl;}  **int** main () {  **int** && i;  **auto** k = **nullptr**;  **decltype** ( S ( ) ) a;  **char** \* s = k;  k = s;  g (a);  g ( S() );  **return** 0;  }  **10**. **STL.** Напишите шаблонную функцию, подсчитывающую сумму первых семи элементов заданного контейнера (списка или вектора, константного или неконстантного). Тип элементов контейнера является числовым типом. Если в заданном контейнере меньше 7 элементов, функция должна вернуть 0 соответствующего типа |

**Вопросы к коллоквиуму**

1. Абстрактные типы данных, инкапсуляция, наследование, полиморфизм.
2. Класс, объект, состояние объекта, поведение объекта.
3. С++: Пространства имен. Пространство имен *std*.
4. С++: Конструкторы и деструкторы.
5. С++: Присваивание и инициализация.
6. С++: Ссылки в С++. Передача параметров по ссылке.
7. С++: Манипуляции с состоянием объекта.
8. С++: Работа с динамической памятью.
9. С++: Друзья класса.
10. С++: Статические члены класса.
11. Виды полиморфизма в С++ (статический, динамический, параметрический).
12. С++: Статический полиморфизм. Перегрузка бинарных операций:
    1. с помощью функции-члена класса
    2. с помощью функции-друга класса
13. С++: Статический полиморфизм. Перегрузка унарных операций:
    1. с помощью функции-члена класса
    2. с помощью функции-друга класса
14. С++: Специфика перегрузки операций инкремента и декремента, операции индексации.
15. С++: Статический полиморфизм. Перегрузка функций.
16. С++: Алгоритм поиска оптимально отождествляемой (best-matching) функции.
17. С++: Средства обработки ошибок. Исключения и обработка исключений.
18. Виды отношений между классами (ассоциация, наследование, агрегация, использование).
19. С++: Одиночное наследование. Правила наследования. Видимость при наследовании.
20. С++: Динамический полиморфизм. Виртуальные функции.
21. Принципы реализации виртуальных функций
22. С++: Абстрактные классы.
23. С++: Множественное наследование. Видимость при множественном наследовании. Виртуальные базовые классы.
24. С++: Динамическая информация о типе (RTTI).
25. С++: Параметрический полиморфизм. Шаблонные функции.
26. С++: Шаблонные классы.
27. Стандартная библиотека С++.
28. Стандартная библиотека шаблонов STL.
29. STL: контейнеры, итераторы, алгоритмы, аллокаторы.
30. STL: Шаблонные классы *vector* и *list*.

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Экзаменационная работа (письменный экзамен)**

|  |
| --- |
| **Вариант 1** |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **1.** Дана грамматика *G*:  *S* → *aS |Sb|aAb| ε*  *A* → *aaAbb|aabb*  *A* → *A* | (a) Описать язык *L*(*G*) в виде теоретико-множественной формулы:  **Ответ:**  *L*(*G*) = | (б) Каким из перечисленных классов грамматик принадлежит *G*? **Ответ:**   |  |  | | --- | --- | | Класс П | *G* ∈ П? (да/нет) | | регулярные |  | | контекстно-зависимые |  | | контекстно-свободные |  | | грамматики типа 0 |  | | неукорачивающие |  | |   (в) Тип языка: найти такое целое *k*, что *L(G)* является языком типа *k*, но не языком типа *k+*1.  **Ответ:** *k* =  **2.** Является ли однозначной данная грамматика *G*, порождающая язык цепочек в алфавите {0,1}, в которых символов 0 и 1 поровну? Ответ обосновать.  *G: S* → *0S1S |1S0S | 01BB| ε*  *B* → *BB|B01*     |  |  |  | | --- | --- | --- | | **3.** | Тесей должен пройти из левого верхнего угла лабиринта в правый нижний, чтобы убить Минотавра. Нить Ариадны оставляет след перемещений Тесея. Он умеет за один шаг перемещаться на клетку вниз (след обозначается символом *a*), вверх ( след *b*) или вправо (след *с*). Влево не умеет. Каждая клетка посещается не более одного раза. Постройте грамматику, порождающую язык в алфавите {*a*, *b, с*} всевозможных путей Тесея, приводящих к цели. Например, цепочка *ссссaaaaac* приведет Тесея к Минотавру. В грамматике должно быть не более 4-х правил вывода, считая альтернативы. |  |   **4.** Дан список слов: *в*, *и*, *исправление*, *обнаружение*, *ошибки*, *программа*. Составьте из него, употребив слова в нужном порядке и форме, определение термина (понятия) из раздела СП и назовите сам термин (он не входит в заданный список).  **5.** Можно ли считать утилиту *make* системы *Unix*  компилятором? Обоснуйте ответ.  **6.** По заданной грамматике *G =* {{*a, b*}*,* {*B, S*}*, P, S*} получить эквивалентную неукорачивающую контекстно-свободную грамматику (использовать алгоритм устранения правил с пустой правой частью).  *P: S → aBb | ε* **Ответ:**  *B → aB | bS | SS*  **7.** Даны 1) функция-анализатор на языке Си++ для леволинейной грамматики *GL*:  **bool** scan\_G ()  { **enum** state { H, B, S, ER }; // множество состояний  state CS= H; // CS —— текущее состояние  **do**  { gc (); // считывает символ в глобальный объект с  **switch** (CS) {  **case** H: **if** ( c == 'a' ) CS = B;  **else** CS = ER; **break**;  **case** B: **if** ( c == 'b' );  **else** **if** ( c == '⊥' ) CS = S;  **else** CS = ER; **break**;  }  }  **while** ( CS != S && CS != ER);  **return** CS == S; // true, если CS != ER, иначе false  }  2) заготовка диаграммы состояний праволинейной грамматики *GR:*   |  |  | | --- | --- | | *S*  *A*  *D*  *F*  *C*  *⊥*  *⊥*  *⊥* | (а) Расставить в заготовке диаграммы для *GR*терминальные символы так, чтобы грамматики *GR* и *GL* были эквивалентны.  (б) Восстановить грамматику *GR.* **Ответ:**  (в) Сколько состояний будет иметь конечный автомат, полученный алгоритмом детерминизации диаграммы для *GR* ? **Ответ:\_\_\_\_** |  |  |  | | --- | --- | | ­­­**8.** Дана КС-грамматика *G*, порождающая язык *L.*  Вставить в грамматику действия вида **〈***cout <<* ′′символы′′ ;**〉** так, чтобы в процессе рекурсивного спуска был реализован перевод *τ* = {(ω, *a* k*b* k+n)| ω∈ *L* , *k* = |ω|*a* , *n* = |ω|*b* }. | *G*:  *S* → *aA |bB |* ε  *A* → *сA | S*  *B* → *сB| S* |   **9.** Дана грамматика *G*. Докажите, что метод рекурсивного спуска непримени́м к ней. Можно ли вычеркнуть один терминальный символ в правилах грамматики так, чтобы к получившейся грамматике метод был бы примени́м?  *G: S* → *aSb | Yb | bb*  *Y* → *cSY | bd | ε*  **10.** Постройте ПОЛИЗ для фрагмента программы на Си. Префиксный ++ в польской записи обозначается как +#, постфиксный как #+.  **for** ( i = 0, j = 10; i == j ? 0 : 1; --j) a += 2 < i++ > j;   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | ПОЛИЗ | | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | | 9 | | 10 | | 11 | | 12 | | 13 | | 14 | | 15 | | 16 | | 17 | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | | 18 | | 19 | 20 | | 21 | | 22 | | 23 | | 24 | | 25 | | 26 | | 27 | | 28 | | 29 | | 30 | | 31 | | 32 | | 33 | | 34 | | 35 | | 36 | | 37 | | 38 | 39 | |  | |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |  | |
| **Вариант 2** |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **1.** Дана грамматика *G*:  *S* → *сA |сAb|сb|* ε  *сAb* → *сAbb |сb|cсAb*  *ссAbb* → *ссAbb* | (a) Описать язык *L*(*G*) в виде теоретико-множественной формулы:  **Ответ:**  *L*(*G*) = | (б) Каким из перечисленных классов грамматик принадлежит *G*? **Ответ:**   |  |  | | --- | --- | | Класс П | *G* ∈ П? (да/нет) | | регулярные |  | | контекстно-зависимые |  | | контекстно-свободные |  | | грамматики типа 0 |  | | неукорачивающие |  | |   (в) Тип языка: найти такое целое *k*, что *L(G)* является языком типа *k*, но не языком типа *k+*1.  **Ответ:** *k* =  **2.** Является ли однозначной данная грамматика *G* , порождающая язык цепочек в алфавите {*a*,*b*}? Ответ обосновать.  *G: S* → *aSaS |aBa |aSa| A*  *B* → *BB|Ba*  *A* →*b|* ε     |  |  |  | | --- | --- | --- | | **3.** | Баба-Яга дала Иванушке клубочек, который через лесной лабиринт проведет его к сундуку, где находится смерть Кащеева. Клубочек (а за ним и Иванушка) умеет за один шаг перемещаться на клетку вниз (оставляемый след обозначается символом *a*), вверх ( след *b*) или вправо (след *с*). Влево не умеет. Каждая клетка посещается не более одного раза. Постройте грамматику, порождающую язык в алфавите {*a*, *b, с*} всевозможных путей Иванушки, приводящих к цели. Иванушка начинает путь из левого нижнего угла. Цель – в правом верхнем. Например, цепочка *сbbcbbbccc* приведет Иванушку к цели. В грамматике должно быть не более 4-х правил вывода, считая альтернативы. |  |   **4.** Дан список слов: *входные*, *заранее*, *данные*, *для*, *известный, программа, работа*, *результат,с*. Составьте из него, употребив слова в нужном порядке и форме, определение термина (понятия) из раздела СП и назовите сам термин (он не входит в заданный список).  **5.** Можно ли считать утилиту *make* системы *Unix*  интерпретатором? Обоснуйте ответ.  **6.** По заданной грамматике *G =* {{*a, c*}*,* {*B, S*}*, P, S*} получить эквивалентную неукорачивающую контекстно-свободную грамматику (использовать алгоритм устранения правил с пустой правой частью).  **Ответ:**  *P: S → aBc | ε*  *B → aB | cS | SaS*  **7.** Даны 1) функция-анализатор на языке Си++ для леволинейной грамматики *GL*:  **bool** scan\_G ()  { **enum** state { H, A, S, ER }; // множество состояний  state CS= H; // CS —— текущее состояние  **do**  { gc (); // считывает символ в глобальный объект с  **switch** (CS) {  **case** H: **if** ( c == 'a'||c ==’b’ ) CS = A;  **else** CS = ER; **break**;  **case** A: **if** ( c == 'a' );  **else** **if** ( c == '⊥' ) CS = S;  **else** CS = ER; **break**;  }  }  **while** ( CS != S && CS != ER);  **return** CS == S; // true, если CS != ER, иначе false  }    2) заготовка диаграммы состояний праволинейной грамматики *GR:*   |  |  | | --- | --- | | *S*  *B*  *D*  *F*  *C*  *⊥*  *⊥*  *⊥* | (а) Расставить в заготовке диаграммы для *GR*терминальные символы так, чтобы грамматики *GR* и *GL* были эквивалентны.  (б) Восстановить грамматику *GR.* **Ответ:**  (в) Сколько состояний будет иметь конечный автомат, полученный алгоритмом детерминизации диаграммы для *GR* ? **Ответ:\_\_\_\_** |  |  |  | | --- | --- | | **8.** Дана КС-грамматика *G*, порождающая язык *L.*  Вставить в грамматику действия вида **〈***cout <<* ′′символы′′ ;**〉** так, чтобы в процессе рекурсивного спуска был реализован перевод *τ* = {(ω, *a* k*d* k-n)| ω∈ *L* , *k* = |ω|, *n* = |ω|*d* }. | *G*:  *S* → *aA |dD |* ε  *A* → *сA | S*  *D* → *сD| S* |   **9.** Дана грамматика *G*. Докажите, что метод рекурсивного спуска непримени́м к ней. Можно ли вычеркнуть один терминальный символ в правилах грамматики так, чтобы к получившейся грамматике метод был бы примени́м?  *G: S* → *aSb | Xa | bb*  *X* → *cSX |bd | ε*  **10.** Постройте ПОЛИЗ для фрагмента программы на Си. Префиксный ++ в польской записи обозначается как +#, постфиксный как #+.  i = 0, j = 10; **do** a += 2 < i++ > --j; **while** ( i == j ? 0 : 1 );   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | ПОЛИЗ | | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | | 9 | | 10 | | 11 | | 12 | | 13 | | 14 | | 15 | | 16 | | 17 | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | | 18 | | 19 | 20 | | 21 | | 22 | | 23 | | 24 | | 25 | | 26 | | 27 | | 28 | | 29 | | 30 | | 31 | | 32 | | 33 | | 34 | | 35 | | 36 | | 37 | | 38 | 39 | |  | |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |  | |

**Вопросы к экзамену**.

1. Этапы жизненного цикла программного продукта.
2. Состав и схема функционирования классической системы программирования.
3. Типы трансляторов, особенности интерпретаторов и компиляторов. Смешанная стратегия трансляции.
4. Общая схема работы компилятора.
5. Основные понятия теории формальных грамматик и языков.
6. Эквивалентные грамматики.
7. Классификация формальных грамматик и языков по Хомскому.
8. Соотношения между типами грамматик.
9. Соотношения между типами языков.
10. Разбор цепочек по КС-грамматикам. Задача разбора. Дерево вывода.
11. Неоднозначность грамматик и языков.
12. Недостижимые и бесплодные символы грамматики. Алгоритмы удаления недостижимых и бесплодных символов. Приведенная грамматика. Алгоритм приведения грамматики.
13. Алгоритм удаления правил с пустой правой частью.
14. Определение недетерминированного конечного автомата (НКА).
15. Диаграмма состояний (ДС) конечного автомата.
16. Леволинейные регулярные грамматики и конечные автоматы.
17. Определение детерминированного конечного автомата (ДКА).
18. Алгоритм построения детерминированного конечного автомата по НКА.
19. Задачи лексического анализа.
20. Лексический анализ на основе регулярных грамматик.
21. Задачи синтаксического анализа.
22. Метод рекурсивного спуска (РС-метод): назначение, семантика процедур метода рекурсивного спуска.
23. Достаточные условия применимости метода рекурсивного спуска для грамматик без ε-альтернатив и для грамматик с ε-альтернативами.
24. Критерий применимости РС-метода.
25. Задачи семантического анализа. Грамматики с действиями.
26. Свойства языка внутреннего представления программы, примеры таких языков.
27. Синтаксически управляемый перевод: идея, принципы организации, примеры. Определение формального перевода.
28. ПОЛИЗ выражений.
29. ПОЛИЗ операторов языков программирования.
30. Генерация ПОЛИЗа выражений и операторов.
31. Интерпретация ПОЛИЗа.
32. Основные стратегии распределения памяти.
33. Машинно-независимая и машинно-зависимая оптимизация. Примеры оптимизирующих преобразований.
34. Интегрированная среда разработки программного обеспечения (ИСР).
35. Основные функции редактора текстов в рамках ИСР. Примеры его интегрированности с другими компонентами ИСР.
36. Отладчики, их возможности. Примеры интегрированности отладчика с другими компонентами ИСР.
37. Редактор внешних связей, его назначение и принципы работы. Загрузчик.
38. Профилировщики. Назначение. Принцип работы.
39. Библиотеки. Основные типы библиотек.
40. Критерии проектирования стандартных библиотек.
41. Способы подключения библиотек функций.

**Типовые задания для экзамена**.

1. Определение типа по Хомскому заданной грамматики.
2. Определение типа языка, порождаемого заданной грамматикой.
3. Построение грамматики [определенного типа], порождающей заданный язык.
4. Определение языка, порождаемого заданной грамматикой.
5. Построение дерева вывода (разбора) заданной цепочки по заданной КС-грамматике.
6. Построение приведенной грамматики.
7. Устранение пустых правых частей заданной КС-грамматики.
8. Построение ДС конечного автомата по заданной леволинейной грамматике.
9. Построение анализатора на C++ по заданной ДС.
10. Восстановление леволинейной регулярной грамматики, порождающей язык, распознаваемый конечным автоматом, заданным в виде ДС.
11. Восстановление леволинейной регулярной грамматики по заданному тексту анализатора на C++.
12. Построение ДС по праволинейной грамматике и построение праволинейной грамматики по заданной ДС.
13. Преобразование леволинейной грамматики в эквивалентную праволинейную с помощью ДС.
14. Преобразование НКА в эквивалентный ДКА с помощью соответствующего алгоритма.
15. Определение и обоснование применимости метода рекурсивного спуска к заданной КС-грамматике.
16. Построение (на C++) анализатора методом рекурсивного спуска для заданной КС-грамматики.
17. Восстановление КС-грамматики по заданному анализатору, построенному методом рекурсивного спуска.
18. Определение языка, порождаемого грамматикой с действиями.
19. Дополнение заданной КС-грамматики действиями, позволяющими учесть дополнительные ограничения на цепочки определяемого ею языка.
20. Вставка в заданную (или построенную) грамматику языка *L*1 действий по переводу цепочек этого языка в цепочки языка *L*1 по заданному закону соответствия между цепочками (т. е. реализовать формальный перевод).
21. Определение языков *L*1 и *L*1 по заданной грамматике с действиями, реализующей формальный перевод языка *L*1 в язык *L*1.
22. Запись в ПОЛИЗе заданного фрагмента программы на заданном языке.
23. Восстановление текста на заданном языке заданного фрагмента программы в ПОЛИЗе.
24. Определение, является ли данная запись ПОЛИЗом заданной конструкции.
25. Вставка в грамматику, порождающую некоторую конструкцию языка программирования, действий, осуществляющих синтаксически управляемый перевод этой конструкции в ПОЛИЗ при анализе РС-методом.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Уравнения математической физики**

**Контрольные работы**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1.**

**КЛАССИФИКАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ. ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ.**

**1. Найдите области гиперболичности, эллиптичности и параболичности уравнения**

****

**и в каждой из этих областей приведите его к канонической форме.**

**2. Найдите функцию , являющуюся решением задачи**

, , ;

, , ;

, .

**3. Найдите функцию , являющуюся решением задачи**

, , ;

 , .

**4. Найдите функцию , являющуюся решением задачи**

, , ;

, ;

, .

**Выразите**  **через функцию ошибок** . **Найдите** .

**5. Запишите общий вид решения задачи**

, , ; ;

, .

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2.**

**ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ЛАПЛАСА И ПУАССОНА. ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ**

**1. Найдите функцию** , **являющуюся решением задачи**

**,** , , ,  – полярные координаты на плоскости;

, , ;

, .

**2.**  **Найдите функцию** , **являющуюся решением задачи**

**,** , ,

,  – декартовы координаты на плоскости;

, ,

, .

**3. Методом зеркальных изображений постройте функцию Грина задачи Дирихле в области** ,,  **в пространстве** .

**4. Найдите функцию** , **являющуюся решением задачи**

, , ;

, 

**Постройте график функции** .

**5. Найдите функцию** , **являющуюся решением задачи**

, , ;

, ;

, ,.

**6. Найдите функцию** , **являющуюся решением задачи**

, , ;

, , ;

, ,.

**Список определений и теорем**

1. Определения канонических форм дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка линейных относительно старших производных, зависящих от двух независимых переменных.

2. Определение классического решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.

3. Определение классического решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

4. Определения фундаментальных решений уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости.

5. Определение функции Грина для задачи Дирихле.

6. Определения потенциалов простого слоя и двойного слоя.

7. Определение интеграла энергии.

8. Определение сопряженного дифференциального оператора.

9. Теорема существования решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.

10. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

11. Теорема единственности решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.

12. Теорема устойчивости решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.

13. Теорема единственности решения общей начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке.

14. Теорема существования решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.

15. Свойства гармонических функций.

16. Принцип максимума для гармонических функций.

17. Теорема единственности решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

18. Теорема устойчивости решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

19. Необходимое условие разрешимости внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа.

20. Теорема единственности решения внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа.

21. Теоремы единственности решений внешних задач Дирихле для уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости.

22. Свойства функции Грина для задачи Дирихле.

23. Теорема существования решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

24. Теорема существования решения задачи Коши для уравнения колебаний.

25. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения колебаний.

26. Теорема устойчивости решения задачи Коши для уравнения колебаний.

27. Теорема существования решения первой начально-краевой задачи для уравнения колебаний на отрезке.

28. Теорема единственности решения первой начально-краевой задачи для уравнения колебаний на отрезке.

29. Теорема существования решения задачи для уравнения гиперболического типа с данными на характеристиках.

30. Теорема единственности решения задачи для уравнения гиперболического типа с данными на характеристиках.

**Вопросы к экзамену**

1. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.

2. Вывод уравнения теплопроводности в пространстве.

3. Уравнение теплопроводности с одной пространственной переменной. Постановка основных задач.

4. Метод разделения переменных для доказательства существования решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.

5. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

6. Единственность и устойчивость решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.

7. Единственность решения общей начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке.

8. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

9. Существование решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

10.Метод продолжения решения первой и второй начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на полупрямой.

11. Уравнения Лапласа и Пуассона. Постановка основных задач. Фундаментальные решения уравнения Лапласа.

12. Первая и вторая формулы Грина. Третья (основная) формула Грина.

13. Свойства гармонических функций.

14. Принцип максимума для гармонических функций.

15. Единственность и устойчивость решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

16. Единственность решения внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа и необходимое условие ее разрешимости.

17. Единственность решения внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в двух и трехмерных случаях.

18. Свойства функции Грина для задачи Дирихле.

19 .Потенциалы простого и двойного слоя. Потенциал двойного слоя с единичной плотностью.

20 .Сведение внутренней задачи Дирихле к интегральному уравнению Фредгольма 2 рода.

21. Существование решения внутренней задачи Дирихле.

22. Уравнение колебаний. Постановка основных задач.

23. Формула Даламбера. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для уравнения колебаний.

24. Метод разделения переменных для доказательства существования решения первой начально-краевой задачи для уравнения колебаний.

25. Интеграл энергии. Теоремы единственности решения начально-краевых задач для уравнения колебаний.

26. Задачи с данными на характеристиках. Эквивалентная система интегральных уравнений.

27. Существование решения задачи с данными на характеристиках.

28. Единственность решения задачи с данными на характеристиках.

29. Сопряженный дифференциальный оператор. Примеры.

30. Метод Римана.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Функциональный анализ**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Экзаменационные вопросы**

1. Определение кольца, минимального кольца, алгебры, полукольца, структура минимального кольца.
2. Примеры мер и зарядов. Определение меры на полукольца. Пример не аддитивной меры.
3. Непрерывные и аддитивные меры. Продолжение меры с полукольца на минимальное кольцо.
4. Сигма аддитивность длины. Определение и свойства внешней меры, измеримость по Лебегу.
5. Критерий измеримости по Лебегу.
6. Измеримость по Жордану. Сравнение с мерой Лебега.
7. Свойства измеримых множеств, конечная мера.
8. Канторово множество, пример неизмеримого множества.
9. Мера Лебега-Стильтьерса, необходимое и достаточное условие аддитивной меры.
10. Абсолютная непрерывность одной меры относительно другой, критерий абсолютной непрерывности меры относительно меры Лебега, пример неабсолютно непрерывной меры.
11. Измеримые функции, измеримость непрерывной функции, предела измеримых функций, производной.
12. Измеримость суммы, разности, произведения, частного измеримых функций. Теорема Егорова.
13. Сходимость по мере, единственность предела. Связь со сходимостью почти всюду.
14. Интеграл Лебега от простых функций, от ограниченных и неограниченных функций.
15. Интегрируемые функции и их свойства.
16. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега, теорема Лебега о предельном переходе.
17. Теоремы Леви и Фату. Интегрирование по множеству с конечной мерой.
18. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана. Пример функции неинтегрируемой по Риману даже при изменении на множестве меры нуль.
19. Пространство L, его полнота, плотность множества непрерывных функций в L.
20. Неравенство Гельдера, Минковского, полнота пространства , непрерывность в среднем функций из .
21. Заряды, представление заряда в виде разности двух взаимно сингулярных мер.
22. Теорема Радона-Никодима, производная Радона-Никодима.
23. Теорема Фубини о перестановке интегрирования.
24. Метрические пространства, пересечение открытых и замкнутых множеств, полные метрические пространства, непрерывные отображения.
25. Принцип сжимающих отображений, локальная форма принципа, примеры применения к решению интегральных уравнений.
26. Теорема Хаусдорфа о пополнении метрического пространства.
27. Плотные, нигде не плотные множества, принцип вложенных шаров, понятие категории, теорема Бэра-Хаусдорфа. Пример вложенных шаров, имеющих пустое пересечение.
28. Компактные метрические пространства, их полнота, свойство ограниченности и вполне ограниченности.
29. Необходимое и достаточное условие предкомпактности, предкомпактность пространства при наличии предкомпактной сети.
30. Эквивалентность двух определений компактности.
31. Критерии предкомпактности в .
32. Банаховы пространства, эквивалентность ограниченности и непрерывности линейного оператора, полнота пространства линейных ограниченных операторов.
33. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема о расходимости тригонометрического ряда.
34. Обратные операторы, правый, левый обратные операторы. Обратимые операторы, признак обратимости.
35. Обратимость оператора . Открытость множества обратимых операторов, сходимость обратных операторов.
36. Теорема Банаха об обратном операторе. Замкнутые операторы, теорема о замкнутом графике.
37. Теорема Хана-Банаха и следствия их нее.
38. Сопряженное пространство, связь между сепарабельностью исходного и сопряженного пространства.
39. Второе сопряженное пространство, рефлексивные пространства. Представление линейного ограниченного функционала в .
40. Слабая сходимость, ограниченность слабо сходящейся последовательности, слабая полнота рефлексивного пространства, признак слабой компактности.

**Задачи по функциональному анализу**

1. Какова мощность всех непрерывных функций на ?
2. Доказать, что подмножество  такое, что  - замкнутое в .
3. Является ли множество  - непрерывных функций, удовлетворяющих условию  открытым в ?
4. Доказать, что пространство  - ограниченных последовательностей с метрикой является полным пространством.
5. Пусть  - отображение -мерного пространства в себя, задаваемое с системой линейных уравнений  или . В пространстве введена метрика двумя способами: а) , и б) , где , .

Доказать, что условие  является необходимым и достаточным, чтобы отображение являлось сжатием.

1. Доказать, что любое измеримое множество  на прямой с мерой  содержит измеримое подмножество меры .
2. Пусть - измеримое на сегменте  для любого интервала  имеет место неравенство . Доказать, что .
3. Пусть  и  - измеримые подмножества сегмента  и . Доказать, что .
4. Может ли открытое неограниченное множество иметь конечную меру?
5. Пусть замкнутое множество имеет конечную меру. Может ли оно быть неограниченным?
6. Доказать, что непрерывные функции на  эквивалентны тогда и только тогда, когда они равны.
7. Доказать, что непрерывные на измеримом множестве  функции являются измеримыми.
8. Доказать, что если имеет производную на сегменте , то производная  измерима.
9. Привести пример ограниченной, измеримой функции, не эквивалентной никакой функции, интегрируемой по Риману.
10. Привести пример неизмеримой функции. Доказать, что множество и его характеристическая функция измеримы или не измеримы одновременно.
11. Будет ли измерима функция  на ?
12. Будет ли измерима функция 
13. Пусть  - неизмеримое множество на интервале . Будет ли функция  измеримой?
14. Привести пример ограниченной функции, разрывной в каждой точке отрезка  и интегрируемой по Лебегу. Будет ли эта функция интегрируема по Риману?
15. Привести пример функции, интегрируемой по Лебегу на , но не являющейся ограниченной ни на каком отрезке .
16. При каких  и  функция  интегрируема по Лебегу на .
17. Доказать, что если  на множестве  и , то функция удовлетворяет неравенству Чебышева 
18. Существует ли интеграл Лебега от  на ?
19. Будет ли функция  интегрируемы по Лебегу на , если 
20. При каких  и  существует интеграл Лебега на , от функции .
21. Существует ли интеграл Лебега на  от функции 
22. Привести пример последовательности функций, сходящейся по мере на измеримом , но не сходящейся ни в одной точке множества .
23. Показать, что из сходимости почти всюду не следует сходимости в среднем. Рассмотреть пример: 
24. Показать, что из сходимости в среднем не следует сходимости почти всюду. Пример: для любого  определим 
25. Показать, что из сходимости по мере не следует сходимости почти всюду. Рассмотрите пример задачи 29.
26. Показать, что из сходимости по мере не следует сходимости в среднем. Пример: при 



1. Показать, что если мера множества  бесконечна, то из сходимости почти всюду не следует сходимость по мере. Пример: 
2. Показать, что из сходимости в  не следует сходимости в . Пример:



1. Доказать полноту пространства .
2. Будет ли полным пространство многочленов на сегменте , если метрика вводится по формуле: 
3. Доказать, что пространство  - сепарабельно.
4. Пусть - компактное множество в банаховом пространстве . Доказать, что для любого  найдется точка  такая, что 
5. Если на метрическом компакте  для любых , принадлежащих компакту, то оператор  имеет единственную неподвижную точку. Существенно ли условие компактности?
6. Доказать множество непрерывно дифференцируемых на  функций  таких, что  где  - постоянные, компактно в пространстве 
7. Будет ли компактом множество всех степеней  в пространстве 
8. Доказать, что не всякое ограниченное множество в метрическом пространстве компактно.
9. Доказать, что в конечномерном пространстве всякое ограниченное множество компактно.
10. Доказать, что следующие функционалы в пространстве  являются линейными и непрерывными и найти их нормы:

  .

1. Пусть  - множество функций , определенных на всей вещественной прямой, каждая из которых равна нулю вне некоторого конечного интервала. Введем норму, полагая . Будет ли пространство банаховым?

**Пример экзаменационного билета**

1. Доказать, что подмножество  такое, что  - замкнутое в .

Задачи:

1. Если на метрическом компакте  для любых , принадлежащих компакту, то оператор  имеет единственную неподвижную точку. Существенно ли условие компактности?
2. Пусть  - множество функций , определенных на всей вещественной прямой, каждая из которых равна нулю вне некоторого конечного интервала. Введем норму, полагая . Будет ли пространство банаховым?

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

1. Привести пример последовательности функций, сходящейся по мере на измеримом множестве, но не сходящейся ни в одной точке этого множества.
2. Показать, что из сходимости по мере не следует сходимости почти всюду.
3. Пусть – компактное множество в банаховом пространстве . Доказать, что для любого  найдется точка  такая, что 
4. Будет ли компактом множество всех степеней  , в пространстве ?
5. Доказать, что функционал , действующий в пространстве , является линейным и непрерывным, и найти его норму.
6. Определить спектр оператора , действующего в пространстве  по правилу: .

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Численные методы линейной алгебры**

**Вопросы к письменному зачету**

1. Метод исключения Гаусса.
2. Треугольное разложение матрицы.
3. -разложение матрицы.
4. Метод Холецкого.
5. Метод вращений Гивенса.
6. Метод отражений Хаусхолдера.
7. Ленточный вариант треугольного разложения.
8. Метод блочного исключения.
9. Метод Гаусса с выбором главного элемента.
10. Метод простых итераций для линейных систем.
11. Чебышевский итерационный метод.
12. Метод наискорейшего спуска.
13. Метод сопряженных градиентов.
14. Метод сопряженных градиентов с предобуславливателем.
15. Степенной метод.
16. Метод обратных итераций.
17. Итерации с отношением Рэлея.
18. -алгоритм.
19. Метод одновременных (ортогональных) итераций.
20. -алгоритм со сдвигом.
21. Метод деления отрезка пополам.
22. Метод простых итераций для нелинейных уравнений.
23. Метод Ньютона.
24. Метод секущих.

**Сформулировать (и доказать) следующие утверждения**

1. Теорема единственности треугольного разложения.
2. Теорема существования треугольного разложения.
3. Теорема существования и единственности разложения Холецкого.
4. Теорема единственности -факторизации.
5. Теорема об относительной погрешности при возмущении матрицы и правой части.
6. Теорема о сходимости метода наискорейшего спуска.
7. Теорема о сходимости метода сопряженных градиентов.
8. Теорема о невязках в методе сопряженных градиентов.
9. Лемма о связи невязок и векторов спуска в методе сопряженных градиентов.
10. Теорема о канонической форме Шура (формулировка).
11. Теорема о вещественной канонической форме Шура (формулировка).
12. Теорема о сходимости степенного метода.
13. Теорема об ортогональном подобии матрице Хессенберга.
14. Теорема об инвариантности формы Хессенберга при -итерациях.
15. Теорема о сходимости одновременных итераций.
16. Теорема о сходимости метода простых итераций для нелинейного уравнения.
17. Теорема о сходимости метода Ньютона.
18. Теорема об апостериорной оценке в методе Ньютона.
19. Априорная оценка для метода секущих.
20. Оценка скорости сходимости метода секущих с произвольного начального приближения.

**Дать определение следующих объектов**

1. Матрица вращения.
2. Матрица отражения.
3. Ленточная матрица.
4. Полуширина ленточной матрицы.
5. Число обусловленности матрицы.
6. Матрица перестановок.
7. Многочлены Чебышева первого рода.
8. Невязка.
9. -сопряженные векторы.
10. Предобуславливатель.
11. Подобные матрицы.
12. Ортогонально подобные матрицы.
13. Каноническая форма Шура.
14. Вещественная каноническая форма Шура.
15. Отношение Рэлея.
16. Матрица подобия.
17. Матрица Хессенберга.
18. Подпространство Крылова.

# Задачи

1. Доказать, что произведение нижних треугольных матриц есть нижняя треугольная матрица.
2. Доказать, что обратная к невырожденной нижней треугольной матрице есть нижняя треугольная матрица.
3. Доказать, что произведение верхних треугольных матриц есть верхняя треугольная матрица.
4. Доказать, что для построения разложения Холецкого требуется 

операций умножения, деления и извлечения корня.

1. Вывести формулы для вычисления элементов матриц из -разложения матрицы  при условии, что  а diag.
2. Пусть  – невырожденная трехдиагональная матрица. Какова трудоемкость вычисления ?
3. Вывести формулы для вычисления элементов матрицы, получающейся из матрицы  после обращения в нуль всех элементов первого столбца, за исключением первого, методом вращений.
4. Доказать, что для построения -факторизации матрицы  при помощи метода вращений требуется  действий умножения.
5. Доказать, что для построения -факторизации матрицы с полушириной ленты  требуется



операций умножения и деления.

1. Доказать, что матрица перестановок является ортогональной.
2. Вывести формулы для элементов матриц и из треугольного разложения если

а) diag,

б) diag

1. Вывести формулы прямой и обратной подстановок.
2. Вывести формулы для элементов множителя Холецкого, если . Выписать формулы прямой и обратной подстановок.
3. Найти треугольное разложение матрицы *.*
4. Найти множители Холецкого следующих матриц
5. Построить матрицу отражений, переводящую вектор  в вектор, коллинеарный вектору.
6. Построить матрицу отражений, переводящую вектор  (при ) в вектор, коллинеарный вектору .
7. Построить матрицу отражений, переводящую вектор  в вектор, коллинеарный , .
8. Построить такую матрицу вращений , что , где  - верхняя треугольная матрица, а .
9. Доказать, что

а) 

б) 

в) 

Привести примеры векторов , на которых достигаются соответствующие равенства.

1. . Доказать, что если , то  можно принять за норму вектора . Найти постоянные эквивалентности в соотношениях, связывающих эту норму с .
2. Найти квадратный корень из матрицы , если .
3. Пусть const >0, . Методом простых итераций решить систему



При каких ограничениях на  метод сходится? При каком  сходимость наилучшая? Существенно ли предположение ?

1. Найти оптимальное значение итерационного параметра в методе простых итераций при решении системы с матрицей

.

1. При каких  и  сходится метод простых итераций, если

?

1. Степенным методом найти -е приближение к максимальному по модулю собственному значению и соответствующему нормированному собственному вектору матрицы

.

1. Степенным методом найти -е приближение к максимальному по модулю собственному значению и соответствующему нормированному собственному вектору матрицы

.

**Примеры зачетных билетов**

Билет N

1. Изложить степенной метод. Указать задачу, для решения которой метод предназначен. Сформулировать утверждение о сходимости.
2. Доказать теорему о сходимости метода наискорейшего спуска.
3. Дать определение ленточной матрицы.
4. Доказать, что обратная к невырожденной нижней треугольной матрице есть нижняя треугольная матрица.

Билет N

1. Изложить чебышевский итерационный метод. Указать задачу, для решения которой метод предназначен. Привести оценку скорости сходимости.
2. Доказать теорему о единственности треугольного разложения.
3. Дать определение матрицы Хессенберга.
4. Доказать, что произведение верхних треугольных матриц есть верхняя треугольная матрица.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Базы данных**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

В течение семестра проводятся две контрольные работы. Вариант задания для первой контрольной работы включает задачу по теме "Реляционная алгебра" и один теоретический вопрос по темам 1-4 (см. тематический план, на данном этапе вопросы по теме 4 ограничиваются теоретическими аспектами нормализации и младшими нормальными формами). Вариант задания для второй контрольной работы включает в себя три теоретических вопроса по всей программе курса, требующих развернутого письменного ответа, и одну задачу.

**Пример варианта:**

1. Базовые понятия реляционной модели данных.

2. Замыкание множества функциональных зависимостей. Аксиомы Армстронга (с доказательством).

3. Передача и аннулирование привилегий в SQL.

4. Выполнить указанные операции:

а) при несовместимости исходных операндов для заданной операции – предварительно преобразовать операнды минимальным образом **(записать преобразованные!)**

б) если домены атрибутов не оговорены особо, то они включают только значения присутствующие в операнде:

-) **REL1** DIVIDE BY **REL2**

-) **REL1** NATURAL JOIN **REL2**

-) **REL3** <OR> **REL4**

-) <NOT> **REL3**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| REL1   |  |  |  | | --- | --- | --- | | A | C | B | | 55 | 55 | 24 | | 30 | 31 | 42 | | 32 | 32 | 42 | | 30 | 30 | 42 | | 55 | 55 | 24 | | 24 | 24 | 30 | | REL2   |  |  | | --- | --- | | A | B | | 24 | 30 | | 32 | 42 | | 30 | 42 | | REL3   |  |  | | --- | --- | | A | B | | 15 | 20 | | 30 | 42 | | REL4   |  |  | | --- | --- | | C | D | | 11 | 24 | | 36 | 42 | |

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Вопросы к зачету**

1. Файл, файловая система. Классификация файловых систем. Основные подходы к защите файловых систем.

2. СУБД. Основные функции СУБД. Типовая организация современной СУБД.

3. Транзакции. Свойства ACID. Сериализация транзакций.

4. Надежность СУБД. Классификация сбоев. Журнализация. Уровни журнализации. Типичные схемы использования журнала.

5. Ранние дореляционные подходы к организации баз данных.

6. Базовые понятия реляционной модели данных. Ключи. Неопределенные значения. Ссылочная целостность и способы ее поддержания. Атомарность атрибутов и 1НФ.

7. Реляционная алгебра Кодда. Перечислить все операции. Приоритет операций. Замкнутость реляционной алгебры.

8. Реляционная алгебра Кодда. Теоретико-множественные операции. Совместимость отношений по объединению и по расширенному декартовому произведению.

9. Реляционная алгебра Кодда. Специальные реляционные операции.

10. Реляционная алгебра А. Базовые операции подробно с примерами.

11. Полнота алгебры А. Определение операций алгебры Кодда через алгебру А.

12. Реляционная алгебра А. Перечислить базовые операции. Избыточность алгебры А. Сокращение набора операций алгебры А.

13. Реляционное исчисление: исчисление кортежей и доменов. Сравнение механизмов реляционной алгебры и реляционного исчисления на примере формулирования запроса.

14. Исчисление кортежей. Кортежная переменная. Правильно построенная формула. Пример. Способ реализации.

15. Исчисление кортежей. Кванторы, свободные и связанные переменные. Целевые списки. Выражения реляционного исчисления.

16. Исчисление доменов. Основные отличия от исчисления кортежей.

17. Классический подход к проектированию баз данных на основе нормализации. Нормальная форма. Общие свойства нормальных форм. Полный список нормальных форм. Нормализация в OLAP и OLTP системах.

18. Функциональная зависимость. Пример отношения и его функциональных зависимостей. Связь функциональных зависимостей и ограничений целостности. Тривиальная FD. Транзитивная FD.

19. Замыкание множества функциональных зависимостей. Аксиомы Армстронга (с доказательством). Расширенный набор правил вывода Дейта (с выводом).

20. Замыкание множества атрибутов на множестве FD. Алгоритм построения. Пример. Польза. Суперключ отношения, его связь с замыканием и FD.

21. Покрытие множества FD, эквивалентные покрытия, минимальное множество FD. Примеры. Алгоритм построения минимального эквивалентного множества. Минимальное покрытие множества функциональных зависимостей.

22. Корректные и некорректные декомпозиции отношений. Теорема Хита (с доказательством). Минимально зависимые атрибуты.

23. Минимальные функциональные зависимости. Аномалии, возникающие из-за наличия неминимальных FD. Пример декомпозиции, решающей проблему. 2НФ.

24. Транзитивные функциональные зависимости. Аномалии, возникающие из-за наличия транзитивных FD. Пример декомпозиции, решающей проблему. 3НФ.

25. Независимые проекции отношений. Теорема Риссанена (без доказательства). Атомарные отношения.

26. Перекрывающиеся возможные ключи, аномалии обновления, возникающие из-за их наличия. Нормальная форма Бойса-Кодда.

27. Многозначные зависимости. Двойственность многозначной зависимости. Лемма Фейджина. Теорема Фейджина (с доказательством).

28. Многозначные зависимости. Аномалии, возникающие из-за наличия MVD. Пример декомпозиции, решающей проблему (на чем основывается). 4НФ. Нетривиальная и тривиальная многозначные зависимости.

29. N-декомпозируемые отношения. Пример декомпозиций. Зависимость проекции/соединения.

30. Аномалии, возникающие из-за наличия зависимости проекции/соединения. Пример декомпозиции, решающей проблему. 5НФ.

31. Подходы к физическому хранению отношений. Построчное хранение отношений. Понятие tid-а.

32. Понятие индексов в базе данных. Техника хранения на основе B-деревьев. Методы хеширования.

33. Виды проектирования баз данных. Недостатки проектирования в терминах отношений. Понятие информационной модели. Достоинства информационного моделирования. Средства автоматизации проектирования баз данных.

34. ER-модель. Основные понятия. Представление на диаграммах сущностей, атрибутов и связей. Примеры. Уникальные идентификаторы экземпляров сущностей.

35. Получение реляционной схемы из ER-диаграммы. Пошаговый алгоритм (без учета наследования и взаимно исключающих связей).

36. Наследование сущностей в ER-модели. Примеры. Отображение диаграммы с наследованием в реляционную схему.

37. Взаимно исключающие связи в ER-модели. Примеры. Отображение диаграммы со взаимно исключающими связями в реляционную схему.

38. Диаграммы классов языка UML. Основные понятия. Отображение классов, стереотипов, комментариев и ограничений на диаграммах.

**Примеры**

39. Диаграммы классов языка UML. Категории связей и их отображение на диаграмме. Примеры.

40. Язык OCL. Инварианты OCL. Основные типы данных и выражения.

41. Получение реляционной схемы из диаграммы классов. Основные проблемы и рекомендации.

42. Язык баз данных SQL. Основные отличия SQL-ориентированной модели от реляционной модели. Стандарт SQL:2003 – основные тома. Структура языка SQL (три различных схемы).

43. Основные типы данных языка SQL (без учета объектных расширений). Преобразования типов данных.

44. Средства работы с доменами в SQL.

45. Средства определения, изменения и отмены определения базовых таблиц в SQL.

46. Базовые средства манипулирования данными в языке SQL.

47. Понятие триггера. Механизм триггеров в SQL. Типы триггеров и их выполнение.

48. Общая структура оператора выборки в SQL и схема его выполнения.

1. Представляемые и порождаемые таблицы в SQL. Агрегатные и кванторные функции.
2. Предикаты языка SQL.
3. Управление транзакциями в SQL. Средства инициации и завершения транзакций. Понятие точки сохранения. Уровни изоляции SQL-транзакций.
4. Иерархия ограничений в SQL. Средства определения и отмены общих ограничений (ограничений БД). Проверка ограничений и ее связь с механизмом транзакций.
5. Поддержка авторизации доступа к данным в SQL. Объекты и привилегии. Пользователи и роли.
6. Передача и аннулирование привилегий и ролей в SQL.
7. Объектно-ориентированная модель данных. Ее структурная, манипуляционная и целостная части. Реализации.
8. Объектно-реляционные расширения языка SQL. Возможные подходы к объектно-реляционному отображению без использования объектно-реляционных расширений SQL.
9. Истинная реляционная модель данных. Ее структурная, манипуляционная и целостная части. Реализации.Понятие дифференциального уравнения, примеры. Редукция ОДУ n-го прядка, разрешенного относительно старшей производной, к нормальной системе ОДУ. Определение решения общего ОДУ n-го прядка и его интегральной кривой. Определение решения, интегральной кривой и фазовой траектории нормальной системы ОДУ, примеры.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Физика волновых процессов**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Задания для контроля самостоятельной работы № 1**

|  |  |
| --- | --- |
| **Типовой вариант 1** | **Типовой вариант 2** |
| Излучатель гидроакустического локатора имеет осесимметричную вытянутую диаграмму направленности угловой ширины θ = 15o Пренебрегая затуханием в воде, определить на расстоянии l = 3 км следующие параметры ультразвуковой волны: интенсивность I (Вт/см2 ) , амплитуду для смещений частиц воды a, скорости Vmax, ускорения (dV/dt )max, и амплитуду колебаний давления pmax. Мощность излучателя N = 30 Вт, частота f = 50 кГц. В пределах угловой ширины диаграмму направленности считать равномерной | Рубиновый лазер излучает гигантский световой импульс с длиной волны 0,69 мкм. Положим, что импульс представляет собой цуг (конечный отрезок) линейно-поляризованной плоской волны с постоянной амплитудой. Длительность цуга t = 0,1 с, энергия импульса W = 0,3 Дж, поперечное сечение пучка – круг с диметром D = 5 мм. Оценить объемную плотность энергии, переносимую импульсом (дифракционным расширением пучка пренебречь). Найти амплитуду электрического поля Е. Найти давление на экран, перпендикулярный пучку, рассмотрев три случая: (а) экран полностью поглощает, (б) экран полностью отражает, (в) коэффициент отражения экрана R = 0,9.. |

**Задания для контроля самостоятельной работы № 2**

|  |  |
| --- | --- |
| **Типовой вариант 1** | **Типовой вариант 2** |
| Найти спектр сигнала, представляющего собой периодическую последовательность импульсов прямоугольной формы длительностью t и амплитуды a. Период следования импульсов T. Построить амплитудный спектр сигнала для значений его длительности t = 0,5T и t = 0,1T. Найти спектр одиночного прямоугольного импульса. | Оценить шаг дискретизации h и время регистрации T сигнала ξ(*t*)=*a* exp(-*t* 2 /τ02) для вычисления его спектра при помощи дискретного преобразования Фурье. Определить число точек при дискретизации. Оценить частоту Найквиста Nn. |

**Задания для контроля самостоятельной работы № 3**

|  |  |
| --- | --- |
| **Типовой вариант 1** | **Типовой вариант 2** |
| При зондировании разреженной плазмы радиоволнами различных частот обнаружили, что для излучения с длиной волны, большей, чем λ0 = 0,75 м, возможно полное внутреннее отражение. Определить концентрацию свободных электронов в этой плазме, используя теорию дисперсии электромагнитных волн в плазме (ионосфере). | Интерферометр имеет две щели на расстоянии d. Одна щель закрыта прозрачной стеклянной пластинкой толщиной h = 1 мм, другая щель открыта. Показатель преломления стекла n = 1,5. Определите (в длинах волн) запаздывание света, проходящего через щель, прикрытую пластинкой (l = 500 нм). Сколь узкой должна быть спектральная полоса Δλ излучения квазимонохроматического источника, чтобы относительный сдвиг фаз световых волн, прошедших через щели не превышал π во всей полосе Δλ ? |

**Вопросы к коллоквиуму**.

1. Волновое уравнение и его решение в виде бегущей волны. Соотношения между параметрами волнового процесса (длина волны, волновое число, частота, период, фазовая скорость).

2. Акустические волны. Формула для скорости звука в воздухе и ее величина. Порог слышимости. Характерные значения силы звука в децибелах.

3. Шкала электромагнитных волн. Длины волн, соответствующие компонентам видимого спектра. Скорость света в вакууме и материальных средах.

4. Волновой механизм возникновения давления электромагнитных волн. Формула для давления света.

5. Законы отражения и преломления. Полное внутреннее отражение. Ход лучей в оптическом волокне.

6. Формулы преобразования Фурье. Дискретный и сплошной спектр Фурье. Свойства преобразования Фурье.

7. Теорема о ширине частотной полосы. Спектр уединенного прямоугольного импульса и периодической последовательности таких импульсов.

8. Формулы дискретного преобразования Фурье. Периодизация спектра. Частота Найквиста. Наложение частот.

9. Формула Котельникова–Шеннона.

10. Определение дисперсии. Групповая скорость. Первое и второе приближения теории дисперсии. Влияние дисперсии на скорость передачи информации в оптических линиях связи.

11. Пространственная дисперсия в цепочке. Дисперсия разностной схемы для волнового уравнения.

12. Определение понятия интерференции. Время и длина когерентности. Ширина полос для интерференции плоских волн.

13. Теорема Винера–Хинчина.

14. Угловое распределение интенсивности при многолучевой интерференции. Ширина максимума.

15. Определение явления дифракции. Смысл приближений Кирхгофа.

16. Метод зон Френеля в решении задач дифракции.

17. Эффект Тальбо.

18. Распределение интенсивности света при дифракции на щели. Дифракционная расходимость.

19. Определение размеров отверстий и расстояний для ближней и дальней зон дифракции и приближения геометрической оптики.

20. Принципиальная схема лазера. Свойства лазерного излучения.

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Зачетная работа**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| 1.Круглый поршневой излучатель звука с диаметром *D* = 10 см  развивает мощность *N* = 0,2 Вт на частоте *f* = 600 Гц. Рассчитать  интенсивность звука в децибелах; амплитуду смещения, скорости,  ускорения частиц; амплитуду избыточного давления на расстоянии 2 см,рассматривая звуковую волну плоской, и на расстоянии 10 см, рассматриваяволну как сферическую.  Вариант 1. Излучатель находится в воздухе.  Вариант 2. Излучатель погружен в воду.  2.Сотовая связь в стандарте GSM-1800 работает на прием на частоте925 МГц. Антенна базовой станции представляет собой вертикальный наборсинфазных излучателей, общая длина которого *L* = 4,5 м. Мощность,подводимая к антенне, *P* = 5 Вт. Рассчитать максимальное расстояние, накотором возможен прием сообщений по сотовому телефону, если егочувствительность, то есть минимальная принимаемая интенсивность,составляет 10-14 Вт/см2. Определить напряженность электрического имагнитного полей у антенны телефона для этого расстояния и у антенныбазовой станции. Рассчитать, насколько сокращается дальность приема в  следующих условиях:  1) телефон плотно прижат к уху абонента, и его чувствительность падает на2 дБ из-за экранирования головой абонента,  2) телефона находится в автомобиле, где чувствительность падает на 6 дБиз-за экранировки кузовом,  3) телефон находится в здании, где чувствительность падает на 9 дБ. | 1. Телеметрическая информация со спутника передается на наземнуюстанцию в виде последовательности радиоимпульсов. Для временногоразделения импульсов приемными устройствами период их следования *T*должен быть вдвое больше длительности t(*l*) в месте приема. Оценитьмаксимальную скорость передачи информации (в бит/с), учитываядисперсионное расплывание импульсов в ионосфере, если приемникнаходится на расстоянии *l* от спутника. Принять, что на всей длине линиясвязи находится в однородной ионосфере с известным значениемплазменной частоты *f*пл. Для оценки использовать значения групповойскорости на границах спектра импульса.  Рассмотреть следующие варианты:  Вариант (а)  Длина канала связи *l* = 600 км. Канал работает на длине волны λ= 3 м.Длительность импульса передатчика t(0) = 3 мкс. Плазменная частотаионосферы *f*пл = 30 МГц.  Вариант (б)  Длина канала связи *l* = 1000 км. Несущая частота радиоимпульсов  *f*0 = 3 МГц. Длительность импульса передатчика t(0) = 50 мкс. Плазменнаячастота ионосферы *f*пл = 2,6 МГц/  2. Плоская гармоническая волна с длиной волны λ падает нормальнона решетку с периодом *a* . Ширина щелей *b* = *a* / 2 . Получить и построитьизображение решетки на расстоянии *z* = 0,25zT ; 0,5zT ; 0,75zT и zT , гдеzT= 2a2/λ– расстояние Тальбо. Для сравнения наложить полученныеизображения на изображение решетки. |

**Вопросы к экзамену**

1.1.–1.4. Волновое уравнение и его решение в виде бегущей волны. *(Компьютерная демонстрация (КД) "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Волны". "Бегущая волна").* Параметры волнового процесса (длина волны, волновое число, частота, период, фазовая скорость) и соотношения между ними. Продольная и поперечная волна. Волновой фронт. Плоская, цилиндрическая, сферическая волны.

1.5. Понятие волны. Физическая интерпретация условия устойчивости разностных схем бегущего счета для волнового уравнения. Максимальная скорость переноса возмущений по сетке.

2.1. Система уравнений гидродинамики, граничные условия. Волна сжатия-растяжения в стержне *(КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Стержень").* Приближение сплошной среды.

2.2. Приближение линейной акустики. Вывод уравнения для звуковых волн. Потенциал скорости. Скорость звука в воздухе и воде. *(КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Стержень")*. Диапазон звуковых частот. Ультразвук и его применение в медицине.

2.3. Условия на границе раздела для акустических волн. Импеданс среды. Коэффициенты отражения и прохождения. Отражение с "потерей полуволны". *(КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Стержень")*.

2.4, 2.5. Поток и объемная плотность акустической энергии. Интенсивность. Порог слышимости. Болевой порог. Шкала децибел. Численные оценки для смещения, скорости, давления. *(КД "Характеристики акустических волн")*.

3.1, 3.5. Электромагнитные волны. Вывод волнового уравнения из уравнений Максвелла. Скорость света. Показатель преломления. Шкала электромагнитных волн. Длина волны в видимой части спектра и в диапазоне сотовой связи *(КД "Шкала электромагнитных волн")*.

3.2. Поперечность электромагнитной волны в свободном пространстве, как следствие уравнений Максвелла (Вывод). Ориентация векторов E, H, k. (*КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Волны". "Бегущая электромагнитная волна").*

3.3, 3.6. Энергия электромагнитной волны. Уравнения Максвелла. Плотность потока энергии, объемная плотность энергии. Интенсивность излучения. Солнечная постоянная. Энергетический баланс солнечного излучения в атмосфере. Климат Земли. Парниковый эффект.

3.4. Давление электромагнитной волны. Волновой механизм возникновения давления. Зависимость давления от коэффициента отражения.

4.1. Нормальное падение электромагнитной волны на границу раздела двух сред. Период и длина волны на границе раздела.

4.2. Электро-механическая аналогия в теории волн.

4.3, 4.4. Законы отражения и преломления. Полное внутреннее отражение. (*КД "Волны. Отражение и преломление. Раздел "Отражение и преломление поляризованного излучения").*

4.3, 4.5. Законы отражения и преломления. Земная рефракция. Радуга, (*КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Радуга").* Рефракция звука в океане. Подводный звуковой канал (*КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Подводный звуковой канал").*

4.4, 4.6. Полное внутреннее отражение. Волоконная оптика, (*КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Световод").* Волоконно-оптические линии связи. Скорость передачи информации. WDM-технология. Волоконные световоды в медицине.

4.7. Поляризация электромагнитных волн. Линейная, эллиптическая, круговая поляризация *(КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Волны". "Поляризация электромагнитной волны").* Естественный свет.

4.8, 4.9. Отражение и преломление поляризованных волн. Формулы Френеля. Поляризационные эффекты на границе раздела. Угол Брюстера*(КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Отражение и преломление поляризованного излучения").*

4.10, 4.11, 4.12. Распространение электромагнитных волн в кристаллах. Двулучепреломление. Построения Гюйгенса для волнового фронта. (*КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Эффект двулучепреломления").* Принцип работы ЖК дисплеев (*КД "ЖК дисплей ")*.

5.1, 5.2. Способы передачи информации волной. Биения, амплитудная модуляция, частотный спектр сигнала с амплитудной модуляцией по гармоническому закону и его зависимость от параметров сигнала. (*КД "Спектральный анализ". Разделы "Спектры", “Построение сигнала по спектру").* Радиовещание в АМ и FМ диапазонах.

5.3, 5.4. Суперпозиция эквидистантных гармоник. Амплитуда квазигармонического сигнала при конечном и бесконечном числе гармоник. Опыт с маятниками. Теорема о ширине частотной полосы. (*КД "Маятники Чеботаева").*

6.1. Спектр периодического сигнала. Спектр последовательности прямоугольных периодических импульсов. Влияние длительности импульса и периода следования на спектр, Формирование сигнала из гармоник. Осцилляции Гиббса. *(КД "Спектральный анализ". Раздел "Спектры". "Спектр периодического сигнала", “Формирование прямоугольного сигнала”)*

6.2. Спектр одиночного импульса. Предельный переход от дискретного спектра к сплошному. Интеграл Фурье. Спектр прямоугольного импульса. Длительность импульса и ширина его спектра *(КД "Спектральный анализ". Раздел "Спектры". "Спектр периодического сигнала"), (КД "Построение сигнала по спектру").*

6.3, 6.4. Спектральная плотность мощности. Энергетическая ширина спектра. Теорема Планшереля. Связь формы импульса и ширины спектра, (*КД "Влияние формы импульса на его спектр")*.

6.6. Свойства преобразования Фурье: формулы запаздывания, смещения, свертки.

7.1, 7.3, 7.4. Дискретное преобразование Фурье. Функция дискретного аргумента и ее спектр. Периодизация спектра. Частота Найквиста. Наложение частот. Формулы дискретного преобразования Фурье. Взаимосвязь функции и спектра при дискретизации на сетке. *(КД "Спектральный анализ". Раздел "Теорема Котельникова–Шеннона". "Восстановление сигнала по спектру ДПФ").*

7.2, 7.3. Восстановление сигнала по его дискретным отсчетам. Формула Котельникова–Шеннона. (*КД "Спектральный анализ". Раздел "Теорема Котельникова–Шеннона").* Частота Найквиста. Осцилляции Гиббса. Взаимосвязь функции и спектра при дискретизации на сетке.

7.3, 7.4. Формулы дискретного преобразования Фурье. Вывод ортогональности гармоник. Свойства дискретного преобразования Фурье: формулы запаздывания, смещения, свертки. Взаимосвязь функции и спектра при дискретизации на сетке. (*КД "Спектральный анализ". Раздел "Теорема Котельникова–Шеннона". "Восстановление сигнала по спектру ДПФ").*

7.5, 7.6. Свойства дискретного преобразования Фурье. Выбор шага сетки и области периодизации при ДПФ. Спектральная фильтрация импульсов и изображений *(КД "Спектральный анализ". Разделы "Спектральная фильтрация 1","Спектральная фильтрация 2").*

8.1, 8.4. Пространственная и временная дисперсия. Нормальная и аномальная дисперсия. Формула Рэлея. Зависимости частоты от волнового числа и показателя преломления от длины волны. *(КД "Дисперсия в скрещенных призмах").*

8.2, 8.3. Первое приближение теории дисперсии. Волновой пакет. Групповая скорость. Уравнение переноса для огибающей пакета. Бегущее время.

8.5. Второе приближение теории дисперсии. Расплывание волнового пакета и его иллюстрация на *КД "Дисперсия".* Параболическое уравнение дисперсии для амплитуды. Решение для Гауссова импульса. Дисперсионная длина. (*КД "Волновая оптика. Лазер". Разделы "Распространение электромагнитного импульса в среде с дисперсией", "Распространение импульса в среде с нормальной и аномальной дисперсией").* Влияние дисперсии на скорость передачи информации в ВОЛС.

9.1. Волны в цепочках. Дисперсионное уравнение. Длинноволновое приближение. Полоса прозрачности. Движение в цепочке при частотах внутри и вне полосы прозрачности. *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Пространственная дисперсия в цепочке масс")*. 9.2. Дисперсия разностной схемы волнового уравнения. Цепочка как физический аналог разностной схемы. Частота Найквиста и верхняя граница полосы прозрачности цепочки. *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Цепочки").*

10.1–10.2. Электронная теория дисперсии. Нормальная и аномальная дисперсия электромагнитных волн. Линии поглощения. (*КД "Волновая оптика. Лазер. " Раздел "Распространение импульса в среде с нормальной и аномальной дисперсией", КД "Электронная теория дисперсии").*

10.3. Дисперсия в плазме. Плазменная частота. Распространение волн УКВ-диапазона в атмосфере Земли. ( *КД "Электронная теория дисперсии 2").*

11.1, 11.2. Двулучевая интерференция. Суперпозиция плоских волн, ширина интерференционной полосы. Условия интерференционного максимума и минимума. Интерференция волн от двух точечных источников, *(КД "Волновая оптика. Лазер", Раздел "Двулучевая интерференция").*

11.3, 11.4. Интерференция в тонких пленках. Линии равной толщины. Цвета тонких пленок. Просветление оптики. (*КД "Просветляющее покрытие").* Интерферометр Майкельсона. Открытие гравитационных волн. LIGO.

11.5. Стоячие волны; узлы и пучности. Изменение напряженности полей, плотности и потока энергии в электромагнитной стоячей волне. *(КД "Волны. Отражение и преломление. Раздел "Волны". "Бегущая и стоячая волна. Стоячая э/м волна").*

12.1. Интерференция квазимонохроматических волн. Условие возникновения интерференционной картины. Понятие о когерентности.

12.2. Когерентность волн и видимость интерференционной картины. Степень когерентности. *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Когерентность").* Связь распределения интенсивности в интерференционной картине и степени когерентности.

12.3. Время когерентности. Время когерентности и длительность цуга спонтанного излучения атома, *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Когерентность").* Длина когерентности и ширина спектра излучения.

12.4. Теорема Винера–Хинчина (без вывода). Понятие о Фурье-спектроскопии, Влияние шага измерений и длины выборки. *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Фурье-спектроскопия")*

13.1, 13.2. Многолучевая интерференция волн от цепочки синфазных источников. Ширина главных максимумов. Разрешающая способность. Антенные решетки. Угловое разрешение. Диаграмма направленности и ее сканирование. *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел" "Антенные решетки").*

13.3. Многолучевая интерференция волн от цепочки синфазных источников. Ширина главных максимумов*,* Спектральные приборы*.* Эталон Фабри–Перо. Разрешающая способность *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел" "Интерферометр Фабри–Перо").*

14.1–14.3. Математическая формулировка задачи дифракции. Логика приближений в теории дифракции: уравнение Гельмгольца, интеграл Гельмгольца–Кирхгофа, условие излучения, приближения Кирхгофа. Формула Гельмгольца–Кирхгофа.

14.3, 14.4. Приближения Кирхгофа в теории дифракции. Формула Гельмгольца–Кирхгофа. Оптическое приближение. Формула Френеля–Кирхгофа.

14.5. Формула Френеля–Кирхгофа и принцип Гюйгенса–Френеля. Анализ дифракции на отверстии с помощью зон Френеля, *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел" "Дифракция. Зоны Френеля").* Пятно Пуассона, *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Дифракция на круглом отверстии и на диске ").*

14.6. Дифракция Френеля. Параксиальное (приосевое) приближение. Параболическое уравнение дифракции.

14.7. Эффект Тальбо. Расстояние Тальбо для одномерных структур *(КД "Волновая оптика. Лазер". Разделы "Эффект Тальбо (вариант 1)" и "Эффект Тальбо (вариант 2)").*

15.1. Дифракция Фраунгофера (дифракция плоских волн). Угловой спектр плоских волн.

15.2. Дифракция на щели, прямоугольном и круглом отверстиях. Дифракционная расходимость. *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Дифракция", КД "Дифракция Фраунгофера на разных отверстиях")*.

15.3. Пространственно-временная аналогия, частотный спектр импульса и пространственный спектр при дифракции Фраунгофера на щели. Теорема о ширине спектра.

15.4. Ближняя и дальняя зоны дифракции. Приближение геометрической оптики. Число зон Френеля в отверстии для различных приближений теории дифракции *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Эффект Тальбо-2 "Ковер дифракции ).*

15.5. Дифракционная решетка. Основные минимумы, главные максимумы и их ширина. Разрешающая способность, *(КД "Волновая оптика. Лазер". Дифракционная решетка)*

15.7. Голография. Принцип записи и восстановление голографических изображений. Роль когерентности света при записи голограмм *(КД "Голография")*.

16.1, 16.2. Излучение атома, Модель Томсона, Атом Бора. Поглощение, спонтанное и вынужденное излучение

16.3. Когерентное усиление, обратная связь, условие генерации. Принцип работы и схема лазера. Свойства лазерного излучения. *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Принципы работы лазера")*.

16.4 - 16.6, Схема лазерных уровней. Накачка. Типы лазеров и их характеристики. Применение лазеров, Управляемый термоядерный синтез. *(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Принципы работы лазера")*.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Экзаменационный билет** состоит из двух вопросов, например

1. Система уравнений гидродинамики, граничные условия. Волна сжатия-растяжения в стержне ***(КД "Волны. Отражение и преломление". Раздел "Стержень")****.* Приближение сплошной среды.

2. Когерентность волн и видимость интерференционной картины. Степень когерентности. ***(КД "Волновая оптика. Лазер". Раздел "Когерентность").*** Связь распределения интенсивности в интерференционной картине и степени когерентности..

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Методы математической физики**

**Контрольные работы**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1.**

**Уравнение теплопроводности в случае нескольких пространственных переменных**

1**.** Начальная температура шара  равна 

а его поверхность поддерживается при температуре . Найти температуру шара при .

2. Найти температуру бесконечного круглого цилиндра  , если начальная температура равна , а его поверхность поддерживается при температуре .

3. Определить температуру внутри шара радиуса , если граница шара поддерживается при нулевой температуре, а начальная температура равна .

4. Решить задачу Коши: , , ,.

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2**

**Уравнение колебаний в случае нескольких пространственных переменных. Уравнение Гельмгольца**

1. Решить задачу Коши на плоскости:

,, ****

**, .**

2. Решить начально-краевую задачу:

,**,** **,** 

**, ,**

**.**

3. Решить начально-краевую задачу в круге:

, , , 

, ,

. .

4. Решить внешнюю задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца на плоскости:

, , 

, , , .

**Зачетная работа**

Вариант зачетной работы.

1. Сформулируйте постановку второй краевой задачи для уравнения теплопроводности в ограниченной области.
2. Выпишите формулу Кирхгофа для решения задачи Коши в трехмерном случае.
3. Докажите принцип максимума для уравнения  в ограниченной области.
4. Края однородной прямоугольной мембраны  жестко закреплены. В момент времени  мембрана имеет поперечный изгиб , , а её поперечная скорость при  всюду в  равна нулю. Решите задачу о свободных поперечных колебаниях мембраны.
5. Постройте общий вид решения колебания круглой мембраны с закреплённой границей.
6. Напишите постановку внешней краевой задачи Дирихле для уравнения Гельмгольца вне сферы.

**Список определений и теорем**

1. Выражения оператора Лапласа в полярных, цилиндрических и сферических системах координат.
2. Выражение для теплового потока в единицу времени через поверхность.
3. Уравнение баланса теплоты в интегральной форме.
4. Дифференциальное уравнение теплопроводности в пространстве. Дифференциальное уравнение диффузии в пространстве.
5. Постановка задачи Коши для уравнения теплопроводности в пространстве и на плоскости.
6. Выражение для функции температурного влияния мгновенного источника в неограниченном пространстве.
7. Свойства функции температурного влияния мгновенного источника.
8. Формула решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности в неограниченном пространстве.
9. Формула решения задачи Коши для неоднородного уравнения теплопроводности в неограниченном пространстве.
10. Постановка первой краевой задачи для уравнения теплопроводности в ограниченной области пространства и в бесконечном круговом цилиндре.
11. Общий вид уравнения Бесселя -го порядка.
12. Определение функции Бесселя -го порядка обобщенным степенным рядом.
13. Определение функции Неймана -го порядка.
14. Соотношение, связывающее  с  при целых . Доказательство.
15. Линейная независимость функций Бесселя  и  при нецелых . Общий вид решения уравнения Бесселя нецелого порядка.
16. Линейная независимость функций Бесселя и функций Неймана -го порядка. Общий вид решения уравнения Бесселя.
17. Рекуррентные соотношения между функциями Бесселя различных порядков.
18. Формула, связывающая  с  и .
19. Выражение  через элементарную функцию. Выражение  через элементарную функцию. Доказательства разложениями в обобщённые степенные ряды.
20. Теорема об ортогональности функций Бесселя с весом .
21. Ряд Фурье-Бесселя.
22. Общий вид уравнения Лежандра порядка .
23. Определение стандартизованных многочленов Лежандра формулой Родрига.
24. Формулы, связывающие три последовательных многочлена Лежандра.
25. Определение многочленов Лежандра как собственных функций краевой задачи.
26. Ортогональность многочленов Лежандра. Значение нормы многочлена Лежандра.
27. Присоединённые функции Лежандра и определяющее их уравнение.
28. Определение сферических функций. Их выражение через присоединённые функции Лежандра.
29. Постановка задачи Коши для уравнения колебаний в пространстве.
30. Формула Кирхгофа для решения задачи Коши в трехмерном случае.
31. Формула Пуассона для решения задачи Коши в двумерном случае.
32. Множество зависимости решения задачи Коши для уравнения колебаний от начальных данных в трехмерном и в двумерном случаях.
33. Постановка первой краевой задачи для уравнения колебаний в ограниченной области в пространстве и на плоскости.
34. Принцип максимума для уравнения  в ограниченной области.
35. Теорема единственности для уравнения  в ограниченной области.
36. Вторая формула Грина для уравнения  в замкнутой ограниченной области пространства.
37. Интегральное представление решения для уравнения  в замкнутой ограниченной области пространства.
38. Интегральное представление решения для уравнения  в замкнутой ограниченной области пространства.
39. Постановка внешней первой краевой задачи для уравнения  в пространстве. Условия излучения Зоммерфельда.
40. Пространство оригиналов. Определение преобразования Лапласа.
41. Свойства преобразования Лапласа.
42. Формула Меллина для обращения преобразования Лапласа.
43. Применение преобразования Лапласа по времени для решения начально-краевых задач для уравнения теплопроводности, для уравнения колебаний.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Методы оптимизации**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации**

**Вопросы к экзамену**

1. Теорема Вейерштрасса (метрический вариант).
2. Теорема Вейерштрасса (слабый вариант). Применение к задаче минимизации квадратичного функционала вида .
3. Существование решения задач минимизации терминального и интегрального квадратичных функционалов на решениях линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
4. Существование решения задачи об оптимальном нагреве стержня.
5. Дифференцирование по Фреше (первая и вторая производные). Применение к квадратичному функционалу вида .
6. Необходимое условие локального минимума. Примеры.
7. Градиент терминального квадратичного функционала.
8. Градиент интегрального квадратичного функционала.
9. Градиент функционала в задаче о нагреве стержня.
10. Выпуклые функции и функционалы. Теоремы о локальном минимуме, о множестве Лебега, о касательной плоскости. Критерий оптимальности. Примеры.
11. Критерии выпуклости функций и функционалов. Выпуклость квадратичного функционала.
12. Сильно выпуклые функции и функционалы, их свойства. Критерии сильной выпуклости функций и функционалов.
13. Теорема Вейерштрасса для сильно выпуклых функционалов.
14. Метрическая проекция точки на выпуклое замкнутое множество в гильбертовом пространстве, её свойства. Примеры.
15. Градиентный метод. Метод проекции градиента. Их сходимость.
16. Метод Ньютона; его сходимость.
17. Метод покоординатного спуска; его сходимость.
18. Метод штрафных функций; его сходимость.
19. Правило множителей Лагранжа.
20. Теорема Куна-Таккера.
21. Двойственная задача, её свойства.
22. Каноническая и общая задачи линейного программирования. Их эквивалентность.
23. Критерий угловой точки в канонической задаче линейного программирования.
24. Симплекс-метод для канонической задачи линейного программирования. Его сходимость за конечное число шагов для невырожденной задачи.
25. Симплекс-таблица; её преобразование на одном шаге симплекс-метода.
26. Вырожденная каноническая задача линейного программирования. Антициклин.
27. Метод искусственного базиса для поиска угловой точки в канонической задаче линейного программирования. Теорема Вейерштрасса для канонической задачи линейного программирования.
28. Градиент в задаче оптимального управления со свободным правым концом.
29. Принцип максимума Понтрягина в задаче оптимального управления со свободным правым концом.
30. Метод стабилизации А.Н. Тихонова.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Численные методы**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.**

**Контрольная работа № 1**

1. Построить матрицу отражения, переводящую вектор  в вектор, коллинеарный вектору .

2. Пусть . Доказать, что

 и 

суть нормы в . Найти явное представление для .

3. Известно, что решение системы алгебраических уравнений



принадлежит оболочке некоторых неизвестных векторов  и , которые являются собственными для матрицы  и отвечают собственным значениям  и . Как при помощи итерационного метода



найти решение максимально быстро?

4. Степенным методом найти -е приближение к максимальному по модулю собственному значению и соответствующему нормированному собственному вектору матрицы

.

**Контрольная работа № 2**

1. Найти решение разностного уравнения



1. Представить метод



как метод Рунге-Кутты, т.е. указать число этапов и построить таблицу Бутчера. При каком  порядок погрешности аппроксимации будет наивысшим?

1. Построить устойчивый (удовлетворяющий корневому условию) многошаговый метод вида



максимального порядка аппроксимации.

1. На равномерной сетке построить симметричную пятиточечную аппроксимацию уравнения



имеющую погрешность .

**Вопросы к экзамену**.

1. Решение линейного разностного уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами.
2. Решение линейного однородного разностного  уравнения *k*-ого порядка с постоянными коэффициентами. Линейная независимость частных решений при различных, кратных и комплексных сопряженных корнях характеристического уравнения.
3. Решение неоднородного разностного уравнения *k*-ого порядка с постоянными коэффициентами и правыми частями вида многочлен, умноженный на экспоненту.
4. Решение систем разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Решение разностной задачи на собственные значения для оператора второй разности с граничными условиями первого рода.
6. Ортогональные многочлены и их свойства.  Свойства нулей ортогональных многочленов.
7. Ортогональные многочлены Чебышева и их свойства.
8. Метод неопределенных коэффициентов построения формул численного дифференцирования. Примеры.
9. Использование интерполяционных формул для построения формул численного дифференцирования.  Корректность численного дифференцирования.
10. Общий вид методов Рунге-Кутты.
11. Одноэтапные методы Рунге-Кутты.
12. Методы Рунге-Кутты третьего порядка.Формулировки теорем о погрешности аппроксимации *s* – этапных методов Рунге-Кутты.
13. Теорема об оценке скорости сходимости метода Рунге-Кутты.
14. Явные и неявные методы Адамса. Примеры явных и неявных методов.
15. Формулы дифференцирования назад (методы Гира)
16. Общие линейные многошаговые методы и их погрешность аппроксимации.
17. Погрешность аппроксимации явных методов Адамса.
18. Производящий и характеристические многочлены, корневое условие, нуль-устойчивость. Примеры устойчивых линейных многошаговых методов. Первый барьер Дальквиста.
19. Абсолютная устойчивость и область абсолютной устойчивости. А-устойчивость двухшаговой формулы дифференцирования назад. Формулировка теоремы об устойчивости-неустойчивости неявных многошаговых методов. А(α) – устойчивость.
20. Разрешимость и оценка скорости сходимости трехточечной разностной схем, аппроксимирующей первую краевую задачу для стационарного уравнения теплопроводности.
21. Монотонность разностных схем на примере трехточечной разностной схемы для  стационарного уравнения теплопроводности. Принцип сравнения. Априорная оценка разностного решения.
22. Аппроксимация самосопряженного уравнения второго порядка с переменными коэффициентами методом баланса. Погрешность построенной аппроксимации.
23. Аппроксимация граничного условия третьего рода для самосопряженного уравнения второго порядка методом баланса. Погрешность построенной аппроксимации.
24. Разрывные коэффициенты.
25. Неравномерные сетки.

**Экзаменационный билет состоит из двух вопросов, например**

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова

Факультет ВМК

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Билет N

1. Метод отражений для решения систем линейных алгебраических уравнений

2. Явные и неявные методы Адамса и их погрешность аппроксимации.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Обратные задачи**

**Список вопросов для проведения промежуточной аттестации**

**Список обратных задач**

1. Прямые и обратные задачи. Примеры
2. Задача определения правой части ОДУ
3. Задача численного дифференцирования
4. Задача определения правой части ОДУ
5. Задача определения коэффициентов линейного ОДУ
6. Задача определения коэффициентов системы линейных ОДУ
7. Задача для уравнения теплопроводности с обратным временем
8. Единственность решения задачи для уравнения теплопроводности с обратным временем
9. Оценка устойчивости в задаче для уравнения теплопроводности с обратным временем
10. Задача определения начального распределения температуры по измерению температуры в точке
11. Задача определения временной зависимости источника в уравнении теплопроводности
12. Задача определения пространственной зависимости источника в уравнении теплопроводности
13. Обратные задачи для уравнения Лапласа
14. Обратные задачи теории потенциала
15. Единственность решения обратной гравиметрии
16. Обратные задачи для уравнения колебаний
17. Задача определения коэффициента теплопроводности, зависящего от времени
18. Обратная задача Штурма-Лиувилля
19. Обратные задачи для уравнения теплопроводности и ОЗ Штурма-Лиувилля
20. Постановка задач компьютерной томографии
21. Преобразование Радона и его обращение
22. Алгоритм решения задачи компьютерной томографии
23. Задача компьютерной томографии в случае радиальной симметрии

**Список методов решения некорректных обратных задач**

1. Корректные и некорректные задачи. Примеры
2. Условно-корректные (корректные по Тихонову) задачи
3. Теорема о непрерывности обратного отображения на компакт
4. Решение некорректных задач на компактных множествах
5. Метод квазирешений
6. Метод регуляризации Тихонова для линейных операторов
7. Уравнение Эйлера для сглаживающего функционала
8. Построение приближенного решения линейного операторного уравнения методом регуляризации
9. Априорный выбор параметра регуляризации и теорема сходимости
10. Метод регуляризации Тихонова для нелинейного операторного уравнения
11. Применения метода регуляризации Тихонова для решения интегральных уравнений 1-го рода
12. Выбор параметра регуляризации по принципу невязки
13. Итерационный метод решения операторных уравнений 1-го рода
14. Проекционный метод решения операторных уравнений 1-го рода
15. Метод квазиобращений

**Вопросы к экзамену**

1. Прямые и обратные задачи. Примеры
2. Корректные и некорректные задачи. Примеры
3. Условно-корректные (корректные по Тихонову) задачи
4. Задача определения правой части ОДУ
5. Задача численного дифференцирования
6. Задача определения правой части ОДУ
7. Задача определения коэффициентов линейного ОДУ
8. Задача определения коэффициентов системы линейных ОДУ
9. Задача для уравнения теплопроводности с обратным временем; единственность решения
10. Оценка устойчивости в задаче для уравнения теплопроводности с обратным временем
11. Задача определения начального распределения температуры по измерению температуры в точке
12. Задача определения источника в уравнении теплопроводности
13. Обратные задачи для уравнения Лапласа
14. Обратные задачи теории потенциала
15. Единственность решения обратной гравиметрии
16. Обратные задачи для уравнения колебаний
17. Задача определения коэффициента теплопроводности, зависящего от времени
18. Обратная задача Штурма-Лиувилля

19. Обратные задачи для уравнения теплопроводности и ОЗ Штурма-Лиувилля

1. Постановка задач компьютерной томографии

21.Преобразование Радона и его обращение

22.Задача компьютерной томографии в случае радиальной симметрии

23.Решение некорректных задач на компактных множествах

24.Метод квазирешений

25.Метод регуляризации Тихонова для линейных операторов

26.Уравнение Эйлера для сглаживающего функционала

27.Построение приближенного решения линейного операторного уравнения методом регуляризации

28.Метод регуляризации Тихонова для нелинейного операторного уравнения

29.Применения метода регуляризации Тихонова для решения интегральных уравнений 1-го рода

30.Выбор параметра регуляризации по принципу невязки

31.Итерационный метод решения операторных уравнений 1-го рода

32.Проекционный метод решения операторных уравнений 1-го рода

33.Метод квазиобращений

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Основы кибернетики**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.**

**Вопросы к зачету**

1. Определение дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ). Геометрическая интерпретация ДНФ. Совершенная ДНФ.
2. Сложность ДНФ, минимальные ДНФ, кратчайшие ДНФ. Функции Шеннона для ДНФ.
3. Тупиковые ДНФ. Сокращенная ДНФ и методы ее построения.
4. ДНФ типа суммы тупиковых. Критерий вхождения конъюнкции в ДНФ типа суммы тупиковых.
5. Сокращенная ДНФ для монотонных функций.
6. Алгоритм построения всех тупиковых покрытий матрицы.
7. ДНФ суммы минимальных и алгоритмические трудности ее построения.
8. Градиентный алгоритм. Оценка сложности (величины) покрытия, получаемого градиентным алгоритмом.
9. Нижняя оценка функции Шеннона для СФЭ.
10. Метод Шеннона синтеза СФЭ в базисе {&,V,-}.
11. Асимптотически наилучший метод О.Б. Лупанова синтеза СФЭ в базисе {&,V,-}.
12. Эквивалентные преобразования формул в базисе {&, V, Ø, x, 0, 1}.
13. Теорема перехода.
14. Теоремы Янова-Мучника.
15. Пример Линдона.
16. Проблема контроля управляющих систем. Тесты для таблиц. Тривиальные оценки.
17. Верхняя оценка длины диагностического теста для почти всех таблиц.
18. Алгоритм построения всех тупиковых тестов.
19. Проблема NP-полноты. Теорема Кука (формулировка).
20. NP-полнота языка КЛИКА.
21. NP-полнота языка 3-ВЫП.
22. Полиномиальность языка 2-ВЫП.
23. Задача о кратчайшем остовом дереве. Жадный алгоритм для неё.
24. NP-полнота языка ВП. Свойства жадного алгоритма для задачи МВП.
25. Сложность одновременного нахождения максимума и минимума в массиве.
26. Задача тестирования линейности булевой функции. Задача доказательства нелинейности булевых функций.

**Типовые задачи**

1. Для функции, заданной с помощью таблицы или формулы, построить сокращенную ДНФ.
2. Для данной функции построить СФЭ заданной сложности.
3. По заданной таблице и цели контроля построить все тупиковые тесты.
4. Решение уравнений в функции Линдона.
5. Свести ВЫП к 3-ВЫП
6. Свести ВЫП к КЛИКА.
7. Решить задачу 2-ВЫП последовательным изъятием переменных.
8. Построить минимальное остовное дерево для заданного графа.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Численные методы математической физики**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

**Вопросы к экзамену**

1. Кусочно-линейное восполнение сеточных функций.

2. Построение схемы МКЭ для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.

3. Существование и единственность приближенного решения МКЭ.

4. Свойства приближенного решения, исследование сходимости МКЭ.

5. МКЭ для уравнения Пуассона.

6. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.

7. Принцип максимума. Существование и единственность решения разностной задачи.

8. Принцип максимума. Оценка решений однородного и неоднородного уравнений.

9. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.

10. Применение принципа максимума к нестационарным разностным задачам.

11. Монотонные разностные схемы.

12. Модельная задача.

13. Оценки скорости сходимости стационарных итерационных методов.

14. Применение методов Якоби и Зейделя к решению сеточных уравнений.

15. Алгебраическая теория попеременно треугольного итерационного метода.

16. Применение попеременно треугольного метода к модельной задаче.

17. Попеременно-треугольный метод с чебышевскими итерационными параметрами.

18. Одношаговые итерационные методы вариационного типа.

19. Примеры одношаговых итерационных методов вариационного типа.

20. Двухшаговые итерационные методы вариационного типа. Примеры методов.

21. Решение разностного уравнения Пуассона методом Фурье.

22. Метод матричной прогонки.

23. Разностные схемы как операторные уравнения.

24. Канонический вид и определения устойчивости двуслойных разностных схем.

25. Теорема об устойчивости по начальным данным двуслойных разностных схем.

26. Устойчивость несамосопряженных двуслойных разностных схем.

27. Канонический вид и условия устойчивости трехслойных разностных схем.

28. Продольно-поперечная схема для уравнения теплопроводности.

29. Квазилинейное уравнение теплопроводности.

30. Разностные схемы для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами.

31. Разностные схемы для квазилинейного уравнения теплопроводности.

32. Разностная схема для слабо нелинейного эллиптического уравнения.

33. Итерационный метод решения нелинейной разностной схемы.

**Экзаменационный билет** состоит из одного вопроса и задачи, например

|  |
| --- |
| Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова Факультет ВМК |
| Экз. билет №**3**  Наименование дисциплины  ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ  1. Существование и единственность приближенного решения МКЭ  2. Привести схему к каноническому виду, выяснить порядок аппроксимации и исследовать устойчивость по начальным данным.    Зав. кафедрой |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Теория игр и исследование операций**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

|  |  |
| --- | --- |
| **Контрольная работа** | |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| 1. Найдите нижнее и верхнее значение, все максиминные и минимаксные стратегии, а также все седловые точки (если существуют) матрицы  .  2. Найдите значение иг ры и все оптимальные стратегии игроков в следующей игре с полной информацией: сначала первый игрок выбирает номер  множества строк матрицы , где  Затем второй игрок, зная выбор  первого, выбирает номер  столбца матрицы , а потом первый игрок, зная предыдущие выборы  и , выбирает номер строки в множестве  Выигрыш первого игрока определяется по матрице  .  3. Решите игру  для биматричной игры  . | 1. Найдите наилучший гарантированный результат  и все оптимальные стратегии иерархической игры  для биматричной игры    2. Найдите решение в смешанных стратегиях матричной игры:    3. Найдите минимакс и минимаксную стратегию игры на прямоугольнике: |

**Вопросы к экзамену**

1. Определение антагонистической игры и ее решения.

2. Теоpема о необходимом и достаточном условии существования седловой точки. Метод поиска седловых точек.

3. Условия существования максиминных и минимаксных стратегий.

4. Теоpема существования седловой точки у вогнуто-выпуклой функции.

5. Смешанное расширение антагонистической игры.

6. Основная теорема матричных игр.

7. Основная теорема непрерывных игр.

8. Свойства решений антагонистических игр в смешанных стратегиях.

9. Теоремы о доминировании строк и столбцов в матричных играх.

10.Графический метод решения матричных игр вида 2хn и mх2.

11.Сведение решения матричной игры к паре двойственных задач линейного программирования.

12.Решение антагонистических игр с вогнутыми (выпуклыми) функциями выигрыша.

13. Исследование модели «нападение-оборона» в чистых стратегиях.

14. Исследование модели «нападение-оборона» в смешанных стратегиях.

15. Исследование модели шумной дуэли.

16. Определение многошаговой антагонистической игры с полной информацией.

17. Теоpема Цермело о решении многошаговой игры с полной информацией.

18. Ситуация равновесия игры многих лиц и ее недостатки.

19. Теоpема существования ситуаций равновесия для игры многих лиц.

20. Метод поиска ситуаций равновесия с использованием функций наилучших ответов.

21. Свойства ситуаций равновесия в смешанных стратегиях биматричных игр.

22. Метод решения биматричных игр в смешанных стратегиях.

23. Решение игры Г1. Равновесие по Штакельбергу.

24. Теорема Гермейера о решении игры Г2.

25. Задача многокритериальной оптимизации и условия существования оптимальных по Парето стратегий.

26. Представление множества оптимальных по Слейтеру стратегий с использованием свертки типа «минимум».

27. Алгоритм поиска на конечном множестве оптимальных по Парето стратегий.

28. Hеобходимые и достаточные условия для оптимальных по Слейтеру стратегий в выпуклой многокритериальной задаче.

29. Задача принятия решения при наличии бинарного отношения.

30. Метод сужения множества оптимальных по Парето стратегий на основе информации о сравнительной важности или равноценности критериев.

31. Задача сужения множества оптимальных по Парето стратегий для равноценных критериев.

32.Математическая модель операции.

33.Оценка эффективности стратегии (в том числе смешанной) в операции.

34.Вид наилучшего гарантированного результата в случае, когда во множестве стратегий существуют абсолютно-оптимальные стратегии.

35.Теорема о производной по направлению функции минимума и вытекающее из нее необходимое условие для максиминной стратегии.

36. Необходимые условия оптимальности для максиминной стратегии из отрезка и следствия.

37. Принцип уравнивания Гермейера.

38. Условия оптимальности и алгоритм для задачи дискретного максимина.

39. Лемма Гиббса. Задача поиска объекта.

40. Критеpий Гросса и алгоритм для задачи выпуклого целочисленного прогpаммирования.

**Типовые задачи для экзамена**

1. Выяснить, имеет ли матрица седловую точку. Если да, то найти все седловые точки.
2. Может ли матрица размера 3х3 иметь ровно 7 седловых точек ?
3. Имеет ли функция F(x,y)= -2x2+xy+3y2 +3x-y на единичном квадрате седловую точку? Если да, то найти все седловые точки.
4. Найти максимин и максиминные стратегии для функции. F(x,y)=2x2-5xy+2y2 на квадрате [0,1]x[0,1].
5. В задаче 4 найти минимакс и минимаксные стратегии второго игрока.
6. Пусть (x1,y1) и (x2,y2) - две седловые точки функции F(x,y). Будут ли пары (x1,y2) и (x2,y1) также седловыми точками этой функции ?
7. Решить матричную игру с матрицей .
8. Решить матричную игру с матрицей, транспонированной к матрице предыдущей задачи.
9. Решить матричную игру с матрицей .
10. Свести матричную игру  к паре двойственных задач линейного программирования.
11. Найти все оптимальные стратегии первого игрока в игре с матрицей

.

1. Найти все ситуации равновесия в чистых стратегиях биматричной игры

.

1. В задаче 12 найти все оптимальные по Парето ситуации.
2. Найти все ситуации равновесия в смешанных стратегиях биматричной игры

.

15. Найти все ситуации равновесия игры двух лиц Г=<X,Y,F(x,y),G(x,y)>, где

F(x,y)=-2x2+xy-y2 ,G(x,y,)=x2+(1/2)xy - y2 , X=Y=[0,1].

1. Решить биматричную игру Г1



1. Найти все ситуации равновесия в игре F(x,y)=x-(y-x)2, G(x,y) = (x-y)2, X=Y=[0,2].
2. В условиях задачи 16 решить игру Г2.
3. Привести пример биматричной игры Г2., где М>K.
4. Найти ситуацию равновесия игры Г1 из задачи 16.
5. Найти решение одношаговой игры с полной информацией: сначала первый игрок выбирает номер строки i матрицы

.

Затем второй выбирает номер столбца j , зная выбор первого игрока . Выигрыш первого игрока определяется по указанной матрице.

21. В условиях предыдущей задачи пусть сначала выбор делает второй игрок, а потом первый. Найти решение игры с полной информацией.

22. Найти решение игры с полной информацией: сначала второй игрок выбирает четность j, затем первый выбирает i, затем второй выбирает j в соответствии с выбранной четностью.Выигрыш первого игрока определяется по матрице

.

23. Найти множества парето-оптимальных и оптимальных по Слейтеру стратегий в двукритериальной задаче c W(x)=(x1,x2), где (x1,x2) принадлежит множеству X

X2

X1

X

1. Пять школьников по трем предметам имеют следующие отметки:

W1 : 3 5 3 4 3 Найти лучших учеников в случаях

W2 : 4 3 2 5 4 а) предметы равноценны б) первый предмет

W3 : 3 2 5 4 5 важнее второго, который равноценен третьему.

1. Найти ядро бинарного отношения, заданного ориентированным графом

X1

X2

X4

X3

26.Найти производную в точке (1,1,-1) по направлению (2,1,-1) функции минимума

min[f1,f2,f3,f4], где f1=x12+2x2, f2=2x1+x22, f3=x1+x2-2x3, f4=4x1 +x3.

27.Найти оценку эффективности стратегии i(j) =j, предполагая, что j - случайный фактор, имеющий неопределенность в законе распределения q=(q1,q2,q3)∈Q={q| q1+q2=1/2, q3=1/2}

а критерий эффективности задан матрицей

.

1. Пусть k - случайный фактор, принимающий два значения 1 и 2 с вероятностями ½,

i - контролируемый фактор, j - неопределенный фактор.

При k=1 критерий эффективности F(i,j,1) задан матрицей из предыдущей задаче. При k=2 он задан матрицей

(*F(i,j,2)*)3x3= 

Найти оптимальную стратегию из M0.

1. Пусть случайный фактор отсутствует и критерий эффективности F(i,j) задан матрицей:

.

Найти наилучший гарантированный результат, все оптимальные и абсолютно- оптимальные стратегии в множестве Mи. В условиях предыдущей задачи пусть в начале операции ожидается информация о четности выбираемого столбца. Выполнить аналогичное задание для множества стратегий, отвечающего заданной информационной гипотезе.

1. Найти maxx∈X min [ 2x1,3x2,x3] , где X={x∈E+3| x1+2x2+x3=10}.
2. Найти minx∈X max [ 2x1,3x2,x3] , где X={x∈E+3| x1+2x2+x3=5}.
3. Найти maxx∈X min [ 2x1,3x2,x3] , где X={x∈E+3| x1+x2+x3=20, xi∈}.
4. Найти minx∈X max [ 2x1,3x2,x3] , где X={x∈E+3| x1+x2+x3=20, xi∈}.
5. Найти maxx∈X [2(x1)1/2+3(x2)1/2+(x3)1/2] , где X={x∈E+3| x1+x2+x3=10}.
6. Найти maxx∈X [2ln(x1+1)+3ln(x2+1)+ln(x3+1)] , где X={x∈E+3| x1+x2+x3=7}.
7. Найти minx∈X [2(x1)2+3(x2)2+(x3)2] , где X={x∈E+3| x1+x2+x3=10}.
8. Найти minx∈X [2(x1)2+3(x2)2+(x3)2] , где X={x∈E+3| x1+x2+x3=20, xi∈}.
9. Найти maxx∈X [-2/x1-3/x2-1/x3] , где X={x∈E+3| x1+x2+x3=10, xi∈}.
10. Найти maxx∈X mini [ ixi ], где X={x∈E+n| ∑xi=A}.
11. Найти minx∈X maxi [ ixi ], где X={x∈E+n| ∑xi=A}.
12. Найти minx∈X ∑i(xi)2, где X={x∈E+n| ∑xi=A}.
13. Найти maxx∈X ∑iln(xi+1) , где X={x∈E+n| ∑xi=n}.

**Экзаменационный билет** состоит из двух вопросов, например

1. Основная теорема непрерывных игр.

2. Метод сужения множества оптимальных по Парето стратегий, использующий информацию о сравнительной важности или равноценности критериев.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Суперкомпьютеры и параллельная обработка данных**

**Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

Зачёт в виде тестирования проводится с использованием Коллективного банка тестов по параллельным вычислениям и суперкомпьютерным технологиям СИГМА (<http://sigma.parallel.ru>).

В тест входит 33 вопроса, на прохождение теста даётся 60 минут. Вопросы к электронному тестированию имеют следующий вид:

В конвейерном устройстве есть 4 ступени, срабатывающих за один такт каждая. За сколько тактов это устройство обработает 5 пар аргументов?

Варианты ответов:

* 1
* 3
* 5
* 7
* 8
* 9
* 15
* Верного ответа нет.

**Вопросы к устному зачёту.**

1. Виды параллельной обработки данных, их особенности.

2.Вычислительно сложные задач. Примеры оценки вычислительной сложности реальных задач..

3.Микроэлектроника и архитектура: оценка вклада в увеличение производительности компьютеров.

4.Архитектура и параметры суперкомпьютерных систем – лидеров списка Top500 (примеры).

5.Список Top500: принципы формирования, структура, параметры.

6.Иерархия памяти, локальность вычислений, локальность использования данных.

7.Закон Амдала, его следствия, суперлинейное ускорение.

8.Показатели качества параллельных программ: ускорение, эффективность реализации, эффективность распараллеливания, масштабируемость.

1. Сильная масштабируемость, масштабируемость вширь, слабая масштабируемость. Функция изоэффективности.
2. Этапы решения задач на параллельных вычислительных системах.
3. Классификация Флинна архитектур вычислительных систем.
4. Компьютеры с общей и распредёленной памятью. Две задачи параллельных вычислений.
5. UMA, NUMA и ccNUMA архитектуры. Компьютеры Cm\*, BBN Butterfly.
6. Общая структура ccNUMA компьютера на примере Hewlett-Packard Superdome.
7. Причины уменьшения производительности компьютеров с общей памятью.
8. Коммуникационные топологии. Длина критического пути, связность, сложность.
9. Общая структура компьютеров семейства CRAY XT: вычислительные узлы, процессорные элементы, коммуникационная сеть.
10. Общая структура компьютеров семейства CRAY XT: аппаратная поддержка синхронизации параллельных процессов.
11. Вычислительные кластеры: узлы, коммуникационная сеть (латентность, пропускная способность), способы построения.
12. Архитектура суперкомпьютеров СКИФ МГУ «Чебышев», «Ломоносов» и «Ломоносов-2».
13. Топология коммуникационной сети «толстое дерево» (fat tree) на примере реализации в суперкомпьютерах СКИФ МГУ «Чебышёв» или «Ломоносов».
14. Причины уменьшения производительности компьютеров с распределённой памятью.
15. Соотношение между понятиями: функциональное устройство, команда (операция), компьютер и их характеристиками: скалярный, векторный, конвейерный.
16. Векторизация программ, необходимые условия векторизации, препятствия для векторизации.
17. Общая структура векторно-конвейерного компьютера на примере CRAY C90. Параллелизм в архитектуре компьютера CRAY C90.
18. Суперкомпьютеры NEC SX-Aurora TSUBASA.
19. Элементы векторной обработки в современных компьютерах. Наборы инструкций MMX,SSE,AVX,AVX2,AVX-512, AltiVec, ARM SVE.
20. Причины уменьшения производительности векторно-конвейерных компьютеров.
21. Метакомпьютер и метакомпьютинг. Отличительные свойства распределенных вычислительных сред.
22. Параллелизм на уровне машинных команд. Суперскалярность, VLIW, EPIC.
23. Производительность вычислительных систем, методы оценки и измерения.
24. Технологии параллельного программирования: способы и подходы создания параллельных программ.
25. MPI: параллельная программа, сообщение, понятия групп и коммуникаторов.
26. MPI: синхронное взаимодействие процессов, виды операторов Send (Bsend, Ssend, Rsend). Тупиковые ситуации.
27. MPI: асинхронное взаимодействие процессов.
28. MPI: коллективные операции.
29. MPI: пересылка разнотипных данных, пересылка упакованных данных.
30. OpenMP: параллельная программа, нити, конструкции для организации параллельных и последовательных секций.
31. OpenMP: основные конструкции для распределения работы между нитями.
32. OpenMP: основные конструкции для синхронизации нитей и работы с общими и локальными данными.
33. Аппаратные компоненты суперкомпьютера, ключевые сервисы, их назначение.
34. Способы управления ПО на суперкомпьютере, варианты загрузки.
35. Графовые модели программ, их взаимосвязь.
36. Понятия информационной зависимости и информационной независимости. Примеры использования.
37. Граф алгоритма. Критический путь графа алгоритма.
38. Эквивалентные преобразования программ. Преобразования циклов (перестановка, распределение, расщепление).
39. Виды параллелизма: конечный, массовый, координатный, скошенный.
40. Ярусно-параллельная форма графа алгоритма, высота, ширина. Каноническая ЯПФ.
41. Зависимость степени параллелизма от формы записи алгоритма (на примере реализации метода Гаусса).

**Билет для устного зачета** содержит 2 вопроса, например:

1. Виды параллельной обработки данных, их особенности.

2. Суперкомпьютеры NEC SX-Aurora TSUBASA.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_