Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

**УТВЕРЖДАЮ**

декан факультета вычислительной математики и кибернетики

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/И.А. Соколов /**

**«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины:**

**Основы стохастического анализа**

**Уровень высшего образования:**

**бакалавриат**

**Направление подготовки / специальность:**

**01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (3++)**

**Направленность (профиль):**

**Математические и компьютерные методы решения задач естествознания**

**Форма обучения:**

**очная**

**Москва 2023**

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02, 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" программы бакалавриата Утвержден приказом МГУ от 30 августа 2019 года № 1041 (в редакции приказов МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109, от 10 июня 2021 года № 609, от 7 октября 2021 года № 1048, от 21 декабря 2021 года № 1404, от 2 ноября 2022 года № 1299)

**1.** Дисциплина относится к базовой части ОПОП ВО*.*

**2.** Входные требования для освоения дисциплины (модуля): учащиеся должны владеть знаниями по курсам «Математический анализ I—IV», «Алгебра и геометрия», «Теория вероятностей и математическая статистика» в объеме, соответствующем программе первого - второго годов обучения основных образовательных программ бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

**3.** Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников*.*

Компетенции выпускников, частично формируемые при реализации дисциплины (модуля):

***ОПК-1.Б*** Способность применять и адаптировать существующие математические и компьютерные методы для разработки и реализации алгоритмов решения актуальных задач в области фундаментальной и прикладной математики

***ОПК-2.Б*** Способность применять и модифицировать математические модели, а также интерпретировать полученные математические результаты при решения задач в области профессиональной деятельности

***ПК-2.Б*** Способность понимать и применять в научно-исследовательской деятельности современный математический аппарат

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

**Знать:**

1. основные теоретические понятия теории вероятностей и их интерпретации;

**Уметь:**

1. решать ряд задач на владение основными объектами и понятиями теории вероятностей;
2. строить математическую модель явления, в котором случайность выступает существенной компонентой;
3. интерпретировать результаты расчётов по математической модели в рамках исходной задачи;

**Владеть:**

1. понятийным аппаратом теории вероятностей в объёме, достаточном для вышеописанных целей.

**4.** Формат обучения: лекции проводятся с использованием меловой доски*.*

**5.** Объем дисциплины (модуля) составляет 2 з.е., в том числе 36 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 36 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

**6.** Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | |
| **Контактная работа**  **(работа во взаимодействии с преподавателем)**  **Виды контактной работы, часы** | | | **Самостоятельная работа обучающегося,**  **часы** |
| Занятия лекционного типа\* | Занятия семинарского типа\* | **Всего** |  |
| 1. Математическая модель явлений, в которых случайность выступает существенным фактором. | **8** | 4 | 0 | **4** | **4** |
| 1. Условная вероятность. | **8** | 4 | 0 | **4** | **4** |
| 1. Непрерывные и дискретные модели. | **8** | 4 | 0 | **4** | **4** |
| 1. Альтернативный подход к аксиоматике на основе понятия среднего. | **8** | 4 | 0 | **4** | **4** |
| 1. Интерпретации вероятности. Метод Монте-Карло. | **10** | 6 | 0 | **6** | **4** |
| 1. Ковариация, дисперсия и их свойства. Задача регрессии. | **8** | 4 | 0 | **4** | **4** |
| 1. Абсолютно непрерывные распределения. Метод элиминации (фон Неймана). | **8** | 4 | 0 | **4** | **4** |
| 1. Полная классификация распределений. Примеры. | **10** | 6 | 0 | **6** | **4** |
| Промежуточная аттестация: устный зачет | **4** | 0 | 0 | **0** | **4** |
| **Итого** | **72** | **36** | **0** | **36** | **36** |

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

**Список теоретических вопросов, выносимых на зачет**:

1. Математическая модель явлений, в которых случайность выступает существенным фактором. Аксиоматика Колмогорова и непротиворечивость модели; терминология, содержание и интерпретация объектов. Объективно-частотная и субъективная интерпретации вероятности.
2. Условная вероятность как модель с дополнительным ограничением. Независимость событий. Схема Бернулли. Парадоксы фон Мизеса и д’ Аламбера.
3. Пренебрежимые модификации модели. Множества нулевой меры, пополнение вероятностного пространства. Непрерывные и дискретные модели, теорема Улама (частный случай). Борелевская сигма-алгебра. Роль аксиомы выбора. Теорема об изоморфизме.
4. Распределение вероятностей как частный вид модели. Случайные величины, вектора, функции. Интерпретация условия измеримости. Распределение как индуцированная мера. Функция распределения как характеристика распределения и ее свойства. Моделирование случайных величин методом обращения функций распределения.
5. Альтернативный подход к аксиоматике на основе понятия среднего, эквивалентность подходу на основе понятия вероятности. Построение интеграла Лебега. Свойства математического ожидания (замена переменных, неравенство Йенсена и т.д.).
6. Субъективная интерпретация среднего. Формулировка закона больших чисел и объективная интерпретация среднего. Отличие интеграла Лебега от интеграла Римана. Метод Монте-Карло как численный метод нахождения интеграла Лебега.
7. Ковариация, дисперсия и их свойства. Ковариационные матрицы. Линейные модели. Постановка задачи регрессии. Свойства многомерного нормального распределения. Моделирование гауссовского случайного вектора.
8. Теорема Радона-Никодима. Абсолютно непрерывные распределения, свойства плотности. Моделирование методом элиминации фон Неймана.
9. Дискретные распределения. Смеси распределений. Сингулярные распределения. Полная классификация распределений. Примеры наиболее часто употребляемых на практике распределений.

|  |  |
| --- | --- |
| **Соответствие результатов обучения и компетенций, в развитии которых участвует дисциплина (модуль)** | |
| Результаты обучения | Компетенция, с частичным формированием которой связано достижение результата обучения |
| **Знать:**   1. основы теории вероятностей на основе теории меры, аксиоматики Колмогорова, включая элементы теории случайных процессов;   **Уметь:**   1. исследовать математические модели, в которых вероятность является существенным фактором; | ОПК-1.Б |
| **Знать:**   1. основные методы и подходы теории вероятностей и математической статистики;   **Уметь:**   1. применять на практике численные методы стохастического анализа: методы обращения функции распределения и элиминации (фон Неймана) генерации случайных величин, методы Монте-Карло для вычисления многомерных интегралов, оптимизации функций многих переменных и решения краевых задач, метод деления отрезка построения траекторий случайных процессов и методы моделирования пуассоновских полей на примерах систем массового обслуживания и страховых компаний; | ОПК-2.Б |
| **Владеть:**  1. современным математическим инструментарием, относящимся к области стохастического анализа; | ПК-2.Б |

8. Ресурсное обеспечение:

**Основная литература:**

1. Ширяев А.Н. Вероятность. В 2-х кн. – 5-е изд. – М.: МЦНМО, 2011.
2. Ширяев А.Н. Задачи по теории вероятностей: учебное пособие. 2-е изд. – М.: МЦНМО, 2011.

**Дополнительная литература:**

1. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей и случайных процессов. – М.: изд-во МГУ, 1992.
2. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. 2-е издание. М.: Наука, 1974.
3. Бернстайн П. Против богов: укрощение риска. – М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2000.
4. Майстров Л.Е. Развитие понятия вероятности. – М.: Наука, 1980.
5. Бернулли Я. О законе больших чисел. – М.: Наука, 1976.
6. Мизес Р. Вероятность и статистика. – М.: Либроком, 2009.
7. Райфа X. Анализ решений. М.: Наука, 1977.
8. Кановей В.Г. Аксиома выбора и аксиома детерминированности. М.: Физматлит, 1984.
9. Уиттл П. Вероятность. – М.: Наука 1982.
10. Неве Ж.. Математические основы теории вероятностей. – М.: Мир 1969.
11. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. – М.: Наука 1975.

Материально-техническое обеспечение: аудитория с партами и меловой доской.

9. Язык преподавания: русский.

10. Преподаватели: доцент факультета ВМК МГУ С.Н. Смирнов

11. Авторы программы: доцент факультета ВМК МГУ С.Н. Смирнов