

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

ТРУДЫ ФАКУЛЬТЕТА
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И
ИНФОРМАТИКА
№ 71

Под редакцией
проф. А.С. Крылова



МОСКВА – 2022

УДК 519.6+517.958

ББК 22.19

П75



<https://elibrary.ru/yxmroc>

Рецензент:

*Печатается по решению Ученого Совета
факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М.В. Ломоносова*

Прикладная математика и информатика : Труды факультета
П75 ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова / Под ред. А. С. Крылова. –
Москва : МАКС Пресс, 2022. – 128 с. – (Труды факультета ВМК
МГУ имени М. В. Ломоносова; № 71)
ISBN 978-5-317-06919-3

В труды факультета ВМК включены работы по темам:

- математическое моделирование;
- информатика.

В этих публикациях нашли отражение исследования ученых факультета по актуальным проблемам прикладной математики, выполненные в рамках основных научных направлений факультета. Для студентов, аспирантов и специалистов в области вычислительной математики и математической физики.

Ключевые слова: вычислительная математика, информатика, прикладная математика, математическая физика, математическое моделирование, обратные задачи, теория управления, методы обработки изображений.

УДК 519.6+517.958
ББК 22.19

The works of faculty CMC contain studies on subjects:

- mathematical modeling;
- informatics.

The presented publications reflect the researches of the faculty scientists in topical problems of applied mathematics. They are intended for the students, post-graduate students and specialists in the field of computational mathematics and mathematical physics.

Key words: computational mathematics, informatics, applied mathematics, mathematical physics, mathematical modeling, inverse problems, control theory, computer imaging.

ISBN 978-5-317-06919-3

© Факультет вычислительной математики
и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова, 2022
© Оформление. МАКС Пресс, 2022

Раздел I. Математическое моделирование

- Баев А.В.** О решении уравнения Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости n -мерной ограниченной области и всем пространстве R^n . 4
- Афанасьев В.И., Чэнь Жань, Ожигов Ю.И., Цзянчуань Ю.** 24
Спонтанная эмиссия фотона темным состоянием при деформации гамильтониана Тависа-Каммингса-Хаббарда.
- Семендяева Н.Л., Орлов М.В., Тан Жуй, Ян Эньпин.** Аналитическое и численное исследование математической модели SIR. 38
- Савенкова Н.П., Высикайло Ф.И., Кашлинов А.В.,** 56
Василенко А.В. Численные эксперименты распространения облака CO_2 в нижней атмосфере по двум быстродействующим моделям.
- Лукашевич Д.А., Овчинников Г.В., Тюкин И.Ю., Матвеев С.А.,** 68
Бриллиантов Н.В. Моделирование на основе данных для решения задач коагуляции.
- Никольский И.М., Фурманов К.К.** Исследование точности ранжировок показателя эффективности в модели стохастической границы. 81

Раздел II. Информатика

- Нестеров Д.А., Шурыгин Б.М., Соловченко А.Е., Крылов А.С.,** 95
Сорокин Д.В. Нейросетевой метод детекции плодов на изображениях деревьев яблони.
- Карнаухов В.Е., Хвостиков А.В., Крылов А.С.** Методы генеративной аугментации для задачи анализа гистологических изображений в условиях ограниченного количества данных. 110

УДК 532.51:517.95

Баев А.В. О решении уравнения Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости n -мерной ограниченной области и всем пространстве R^n // Прикладная математика и информатика № 71, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2022.

Рассматриваются начальные задачи для системы уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости в лагранжевых переменных при $n=2$ или 3. Показано, что движение жидкости не связано с давлением. Давление в отсутствие внешних сил постоянно, что позволяет жидкости осуществлять свободное движение. Это движение носит чисто вихревой характер и описывается квазилинейными уравнениями параболического типа. Доказано существование и единственность классического решения начальной задачи в ограниченной области и во всем пространстве. Указаны необходимые условия разрешимости. Получены уравнения движения жидкости в установившемся режиме. Решены прикладные задачи течения жидкости в трубе, развития турбулентности и существования вихрей Тэйлора в сплошном торе.

Библиогр.: 8 назв.

Ключевые слова: лагранжевы переменные, уравнения Навье-Стокса и параболического типа, априорные оценки, турбулентность, вихри Тэйлора.

УДК 51.7

Афанасьев В., Чэнь Жэнь, Ожигов Ю., Цзянчуань Ю. Спонтанная эмиссия фотона темным состоянием при деформации гамильтониана Тависа-Каммингса-Хаббарда // Прикладная математика и информатика № 71, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ, МАКС Пресс, 2022.

Синглетное состояние системы двух двухуровневых атомов плавно изменяется, оставаясь темным при медленной деформации гамильтониана несмотря на неприменимость к этому случаю адиабатической теоремы. При этом существует небольшая вероятность эмиссии свободных фотонов, которая не зависит от плавности деформации гамильтониана. Эффект спонтанной эмиссии усиливается при добавлении еще одной пары атомов в синглетном состоянии благодаря обмену виртуальными фотонами в полости. Аналогичный эффект установлен и для случая, когда атомы могут перемещаться между двумя полостями, но здесь при увеличении числа атомов эмиссия, наоборот, падает. Данный чисто квантовый эффект необходимо учитывать при практических манипуляциях с атомными синглетами; однако его слабость свидетельствует, скорее, об устойчивости темных состояний и перспективности их использования в информационном обмене (квантовые криптографические протоколы) и в качестве аккумулятора энергии для наноустройств.

Библиогр.: 12 назв. Ил.: 14.

Ключевые слова: гамильтониан Тависа-Каммингса-Хаббарда, синглетное состояние, спонтанная эмиссия фотонов, оптическая полость.

УДК 519.62:004.94

Семендяева Н.Л., Орлов М.В., Тан Жуй, Ян Эньпин. Аналитическое и численное исследование математической модели SIR // Прикладная математика и информатика № 71, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ, МАКС Пресс, 2022.

В работе проведено теоретическое исследование известной математической модели распространения инфекционных заболеваний SIR. Построено решение задачи Коши для системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих динамику концентраций заболевших и выздоровевших особей популяции с иммунитетом, в интегральном виде. Выполнен качественный анализ стационарных состояний системы с использованием функции Ляпунова. Получено выражение значений координат точек покоя через W-функцию Ламберта для произвольных начальных данных. Продемонстрированы возможности модели SIR при описании динамики распространения пандемии COVID-19.

Библиогр.: 23 назв. Ил.: 5.

Ключевые слова: модель SIR, системы обыкновенных дифференциальных уравнений, качественное исследование, функция Ляпунова, W-функция Ламберта, пандемия COVID-19.

УДК 532.529.2

Савенкова Н.П., Высикайло Ф.И., Кашлинов А.В., Василенко А.В. Численные эксперименты распространения облака CO₂ в нижней атмосфере по двум быстродействующим моделям. // Прикладная математика и информатика № 71, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2022.

В статье рассматриваются две быстродействующие математические модели распространения углекислого газа по орографически неоднородной поверхности. Применение этих моделей представляется эффективным при мониторинге последствий промышленных аварий, сопровождающихся выделением углекислого газа, источник которого может быть как на поверхности земли, так и над поверхностью. Приводится демонстрация применения этих моделей в обеих ситуациях расположения источника истечения газа. Обсуждаются результаты численных экспериментов.

Библиогр.: 12 назв., Ил.: 9.

Ключевые слова: промышленная авария, углекислый газ, математическое моделирование, газовая динамика, разностный метод решения, численный эксперимент.

УДК 519.6

Лукашевич Д.А., Овчинников Г.В., Тюкин И.Ю., Матвеев С.А., Бриллиантов Н.В. Моделирование на основе данных для решения задач коагуляции // Прикладная математика и информатика № 71, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2022.

В работе предлагается использование динамической модовой декомпозиции для численного моделирования на основе данных процессов агрегационной кинетики, описываемых при помощи уравнений типа Смолуховского. В рамках этого подхода строится аппроксимация оператора Купана для оператора эволюции исходной системы на основе набора снимков решений в начальные моменты времени, выделить малое количество динамических мод для продолжения вычислений с меньшей сложностью в сравнении с исходным оператором Смолуховского. В рамках проведенных численных экспериментов демонстрируется, что метод динамической модовой декомпозиции можно успешно применять для задач двойной и тройной коагуляции со сложными кинетическими коэффициентами.

Библиогр.: 40 назв., Ил.: 5.

Ключевые слова: уравнения Смолуховского, методы редукции модели, динамическая модовая декомпозиция.

УДК 519.24

Никольский И.М., Фурманов К.К. Исследование точности ранжировок показателя эффективности в модели стохастической границы // Прикладная математика и информатика № 71, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2022.

Рассматривается модель стохастической границы – линейная регрессионная модель, связывающая показатель деятельности субъекта принятия решения (например, объём производства предприятия) с затратами ресурсов и используемая для определения эффективности субъектов. На основании серии стохастических экспериментов определяется способность модели ранжировать субъекты по эффективности – рассчитываются коэффициент ранговой корреляции Спирмена и коэффициент согласованности Харрелла в зависимости от дисперсий двух компонент ошибки регрессионной модели: нормально распределённого случайного шока и показателя неэффективности, имеющего полунормальное или экспоненциальное распределение.

Библиогр.: 21 назв., Ил.: 1., Табл. 2.

Ключевые слова: модель стохастической границы, эффективность субъекта принятия решения, ранжирование.

УДК 519.6+004.932.72'1+ 004.932

Нестеров Д.А., Шурыгин Б.М., Соловченко А.Е., Крылов А.С., Сорокин Д.В. Нейросетевой метод детекции плодов на изображениях деревьев яблони //Прикладная математика и информатика № 71, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2022.

В работе предложен метод детекции плодов на изображениях деревьев яблони промышленных садов, основанный на использовании двухстадийной нейронной сети, предназначенной для локализации объектов. По поданному на вход изображению нейронная сеть генерирует маску сегментации и ограничивающий прямоугольник для каждого найденного плода. В дальнейшем эту информацию можно использовать для подсчета количества плодов на изображениях и построения оценки урожайности. Показано, что при обучении нейронной сети с оптимизатором Adam и меньшим темпом обучения можно повысить качество детекции плодов всех размеров, и в особенности плодов малого размера.

Библиогр.: 14 назв., Ил.: 11.

Ключевые слова: детекция объектов, изображения деревьев яблони, двухстадийные детекторы, сверточные нейронные сети.

УДК 519.6+004.891.3+616-018

Карнаухов В.Е., Хвостиков А.В., Крылов А.С. Методы генеративной аугментации для задачи анализа гистологических изображений в условиях ограниченного количества данных. //Прикладная математика и информатика № 71, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2022.

В работе предложен новый метод генеративной аугментации гистологических изображений, основанный на использовании генеративно-сопоставительных моделей. По относительно небольшому количеству размеченных данных генеративно-сопоставительные сети способны создавать новые синтетические изображения с соответствующей разметкой, которые уже, в свою очередь, могут быть использованы для обучения нейросетевых моделей анализа гистологических изображений. Показано, что при таком подходе расширяется обучающая выборка и, как следствие, повышается точность моделей классификации на тестовых данных. Показано, что перенос обучения и заморозка первых слоев генеративно-сопоставительных сетей повышают эффективность их работы.

Библиогр.: 28 назв., Ил.: 3., Табл.: 2.

Ключевые слова: генеративная аугментация, гистологические изображения, генеративно-сопоставительные сети, нейронные сети, перенос обучения, заморозка слоев.

Труды
факультета вычислительной математики и кибернетики

Научное издание
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И ИНФОРМАТИКА

№ 71

Под редакцией
проф. А. С. Крылова

Издательство «МАКС Пресс»
Главный редактор: *Е. М. Бугачева*

Отпечатано с готового оригинал-макета
Подписано в печать 27.12.2022 г.
Формат 60х90 1/16. Усл.печ.л. 8,0. Тираж 60 экз. Изд.№ 192.

Издательство ООО «МАКС Пресс»
Лицензия ИД N00510 от 01.12.99 г.

119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы,
МГУ им. М. В. Ломоносова, 2-й учебный корпус, 527 к.
Тел. 8(495) 939–3890/91. Тел./Факс 8(495) 939–3891.

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленных материалов в ООО «Фотоэксперт»
115201, г. Москва, ул. Котляковская, д.3, стр. 13.